



THESE
PRESENTEE
A L'UNIVERSITE D'ORLEANS
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE D'ORLEANS

Discipline : Sciences Economiques

par
Denis PHAN

REGIMES ET CHANGEMENTS STRUCTURELS.
ESSAIS D'ECONOMIE HISTORIQUE

Tome I

Soutenue le : 24 mai 2002

MEMBRES DU JURY :

Nicolas CURIEN, Professeur au CNAM, rapporteur

Pascal PETIT, Directeur de Recherches au CNRS, rapporteur

Paul BOURGINE, Chercheur au CREA (CNRS - Ecole Polytechnique)

Pierre Cyrille HAUTCOEUR, Professeur à l'Université d'Orléans

Alan KIRMAN, Professeur à l'Université d'Aix-Marseille III, Institut
Universitaire de France, Directeur d'études à l'EHESS.

Jean-Paul POLLIN, Professeur à l'Université d'Orléans

Cyrille PIATECKI, Professeur à l'Université d'Orléans, directeur de recherche

Une partie de ces travaux a été réalisée à
l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne.

Extraits du chapitre 4 de : Denis Phan, *Régimes et changements structurels, essais d'économie historique*, Thèse de Doctorat en Economie de l'Université d'Orléans, mention très honorable et félicitation du Jury, 382 pages, + annexes 600 pages

Chapitre 4 . Changements structurels, interactions multi-agents et économie historique : réflexions méthodologiques et présentation de la plate-forme Moduleco

Ce chapitre est consacré à une introduction à la problématique qui a sous tendu le développement de la plate-forme multi-agents Moduleco, qui doit être considéré comme un projet consécutif aux réflexions méthodologiques esquissées dans le chapitre un. Ce travail, commencé au printemps 2000 repose sur une collaboration transdisciplinaire avec Antoine Beugnard, *architecte logiciel*. Cette plate-forme a été conçue avec comme objectif de fournir à la communauté des économistes un outil de *conceptualisation*¹ et de *simulation* puissant pour traiter un certain nombre de problèmes inhérents à l'émergence et au fonctionnement d'institutions économiques comme les marchés ou les organisations. Une application plus pratique qui ne sera pas abordée ici concerne également le développement d'outils de simulation et de conseil pour l'aide à la décision dans le domaine des marchés de l'Internet.

Conformément à la méthode préconisée par les concepteurs de *systèmes artificiels fondés sur des agents autonomes*, ce type de plate-forme produit d'abord *des résultats génériques, communs aux systèmes naturels, vivants et humains*. Bien entendu, ces résultats, qui se situent à un haut niveau d'abstraction, doivent ensuite être replacés dans leur contexte pour être interprétés par une discipline particulière, ce que nous montrerons. Cependant il était utile de « caler » le *modèle conceptuel* de notre plate-forme sur un certain nombre de simulations et de formes d'organisation issues du monde physique (par exemple le modèle d'Ising), vivant (des modèles de coévolution d'espèces) ou artificiel (comme le « jeu de la vie » du mathématicien Conway). Un certain nombre de modèles sociologiques et économiques déjà bien connus (ou moins connus) ont également été testés. Ils seront rapidement présentés dans ce chapitre pour souligner l'intérêt de l'exercice dans le processus de développement de notre plate-forme ; mais nous renvoyons aux articles originaux des auteurs pour une présentation

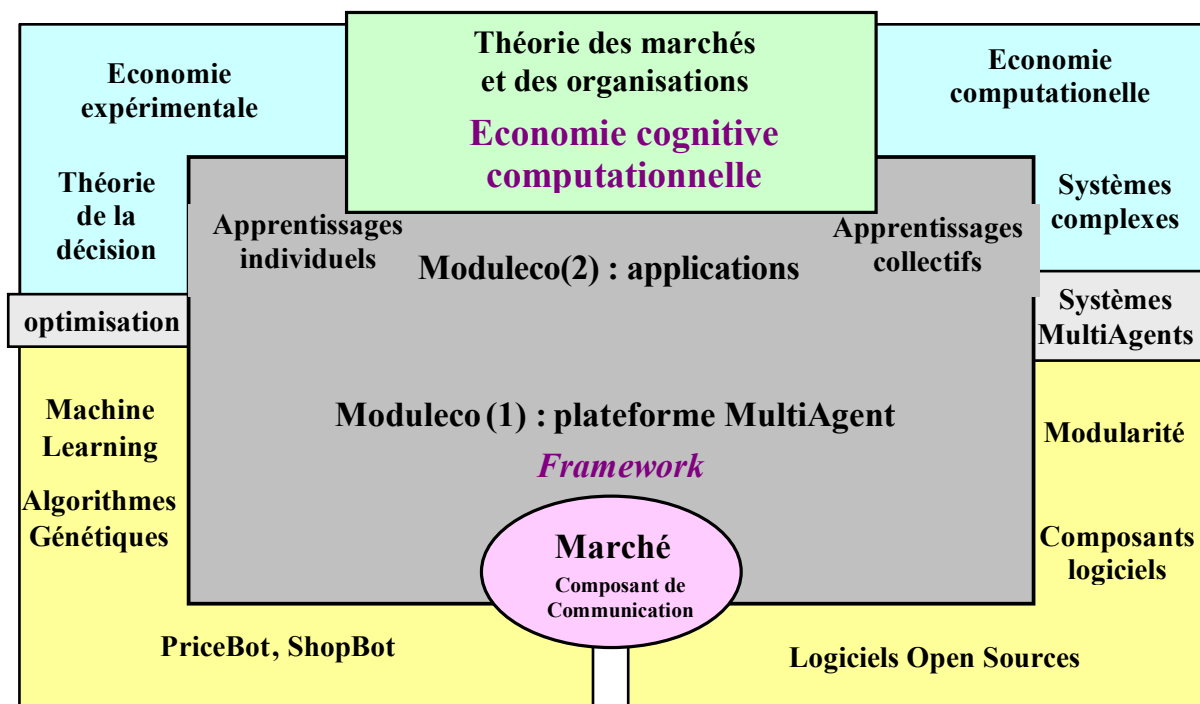
¹ Le cadre conceptuel proposé par UML (*Unified Modelling Language*) pourrait, selon nous, fournir dans le futur un moyen fécond pour conceptualiser des problèmes *d'architecture d'interaction et de communication de l'information* qui pourrait être utile à l'économiste pour penser ses problèmes, un peu à la manière dont la théorie des jeux ou la théorie des graphes apporte des éléments d'interprétation *complémentaires* par rapport au calcul différentiel.

complète de ces modèles. Par contre, à ce jour aucun modèle original n'est complètement déployé.²

A - Moduleco

Moduleco est une plate-forme « multi-agents », à l'intersection de plusieurs disciplines, conçue pour simuler les marchés et les organisations, les phénomènes sociaux et la dynamique des populations. Il s'agit donc de faire de *l'économie cognitive computationnelle* (figure 4-1)

Figure 4-1 : Moduleco, une plate-forme trans-disciplinaire



Dans le haut de la figure 4-1, on mentionne les approches économiques et non économiques qui ont été prises en compte au niveau de la conception de la plate-forme. Une finalité de Moduleco est *d'intégrer la dimension individuelle et les dimensions collectives*. Les notions d'apprentissage individuel et d'apprentissage collectif seront précisées plus loin (section 4.1).

² Le modèle de concurrence en tarif binôme avec externalité n'intègre pas pour l'instant les apprentissages des vendeurs, et les propriétés génériques de diffusion associées aux différentes structures d'interaction n'ont pas encore été testées. Des collaborations avec Benoit Leloup pour la formalisation des apprentissages des vendeurs, d'une part et avec Jean Pierre Nadal, pour l'exploration des dynamiques globales liées aux structures d'interaction sont en cours, mais n'ont pas encore produit de résultats.

Pour une première approche, on retiendra *l'économie expérimentale* et la *théorie de la décision* comme deux démarches représentatives du programme « *cognitif* » de l'économie cognitive (Walliser, 2000). Bien entendu, ces deux démarches prennent en compte le collectif (par exemple la théorie de la décision interactive), mais elles sont orientées vers le comportement du décideur. Pour l'instant, à l'exception des travaux de Benoit Leloup (2001) présentés dans la première section (§ 4.1.1.). Cette intégration reste largement programmatique³.

Quand on aborde la dimension collective, on a à l'esprit le programme « *évolutionniste* » de l'économie cognitive au sens de Walliser (2000). C'est sur cette dimension, moins familière aux économistes, que nous allons insister dans ce chapitre. Si les aspects *computationnels*⁴ sont importants, nous insisterons plus particulièrement ici sur l'intégration avec l'approche des systèmes complexes, dont la dimension économique a déjà donné lieu à deux ouvrages collectifs fort riches (Anderson, Arrow, 1988 ; Arthur, Durlauf, Lane, 1997).

Sur la figure 4-1, on a présenté le *domaine informatique* dans les zones du bas et les *disciplines applicatives* dans les zones du haut. La troisième section de ce chapitre sera cependant consacrée à la présentation de la logique de la plate forme Moduleco elle-même.

B - Les systèmes artificiels fondés sur des agents autonomes: un outil pour formaliser les dynamiques historiques.

La construction de *systèmes artificiels fondés sur des agents autonomes* vise à abstraire des différents systèmes naturels des propriétés formelles analogues (Bonabeau, 1994). Cette approche repose sur l'identification des interactions dynamiques entre les agents, éléments du système, et des effets de ces interactions sur les agents et sur le collectif qu'ils forment. La formalisation de ces interactions au travers d'une *organisation abstraite*, intégrant les interactions entre agents et leurs effets individuels et collectifs, permet d'étudier les *causalités formelles* associées à ce système formel indépendamment des contingences matérielles associées aux systèmes réels.

³ Les travaux du projet ALICE (Agents Logiciels Intelligents pour le Commerce Electronique) ont en particulier comme objectif de passer rapidement à la mise en œuvre, que ce soit dans le domaine de la décision ou de l'interfaçage pour l'économie expérimentale.

⁴ Cf. les synthèses de Tesfatsion (1997, 2001a, 2001b) sur *Agent-Based Computational Economics* (ACE) et Axtell (2000)

L'objectif est alors de trouver les règles fondamentales qui régissent l'ensemble des systèmes adaptatifs complexes. Selon cette perspective, on fait apparaître l'*ordre* comme produit inévitable (un *attracteur*) de la dynamique du système, sans préjuger pour autant de l'importance des facteurs matériels (Bonabeau, 1994, p.16); « *l'expérimentation par simulation* » est alors la voie privilégiée pour l'étude de ces systèmes artificiels. Une approche analytique n'est pas exclue *a priori*, mais elle se révèle souvent difficile à mettre en œuvre, *l'exploration synthétique* au moyen de simulations informatiques apparaît alors plus appropriée

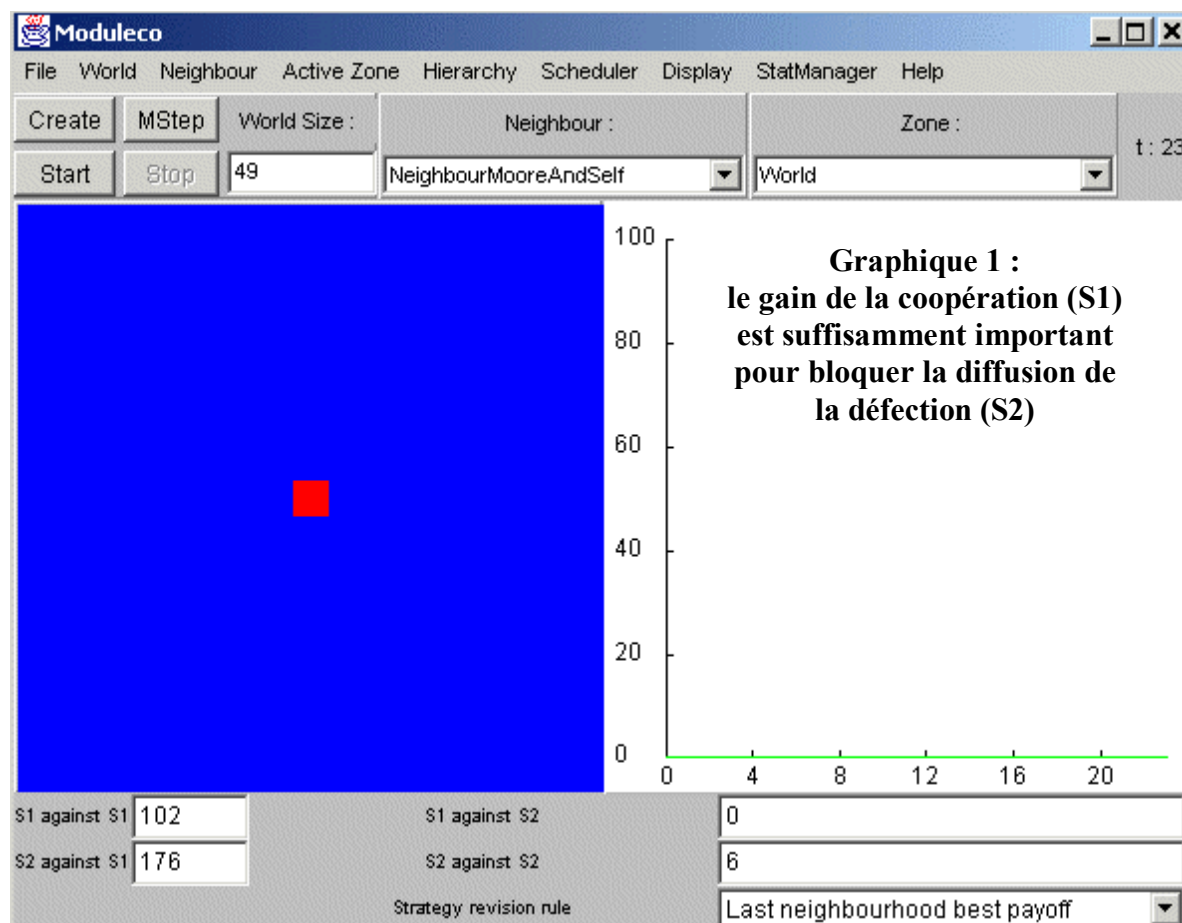
A ce niveau élevé d'abstraction, un aspect important (intrinsèque) de la complexité est le rôle dévolu au *hasard* : il permet de prendre en compte l'*historicité* et de rendre compte du paradoxe entre la nature ordonnée et déterministe des représentations scientifiques et l'expérience quotidienne du rôle des contingences dans tous les domaines que l'on peut observer.

La dynamique des systèmes complexes peut varier en fonction des circonstances : *il n'y a pas de proportionnalité entre les causes et les effets*. Beaucoup de systèmes complexes peuvent *changer brutalement de comportement*, ce qui suggère que les relations fonctionnelles qui les représentent ne sont pas linéaires, et même souvent non différentiables (du moins localement) Les systèmes complexes, fortement non linéaires, résistent (généralement) aux méthodes classiques de l'analyse mathématique (réductionnisme). Pourtant ils peuvent être régis par des processus évolutifs simples.

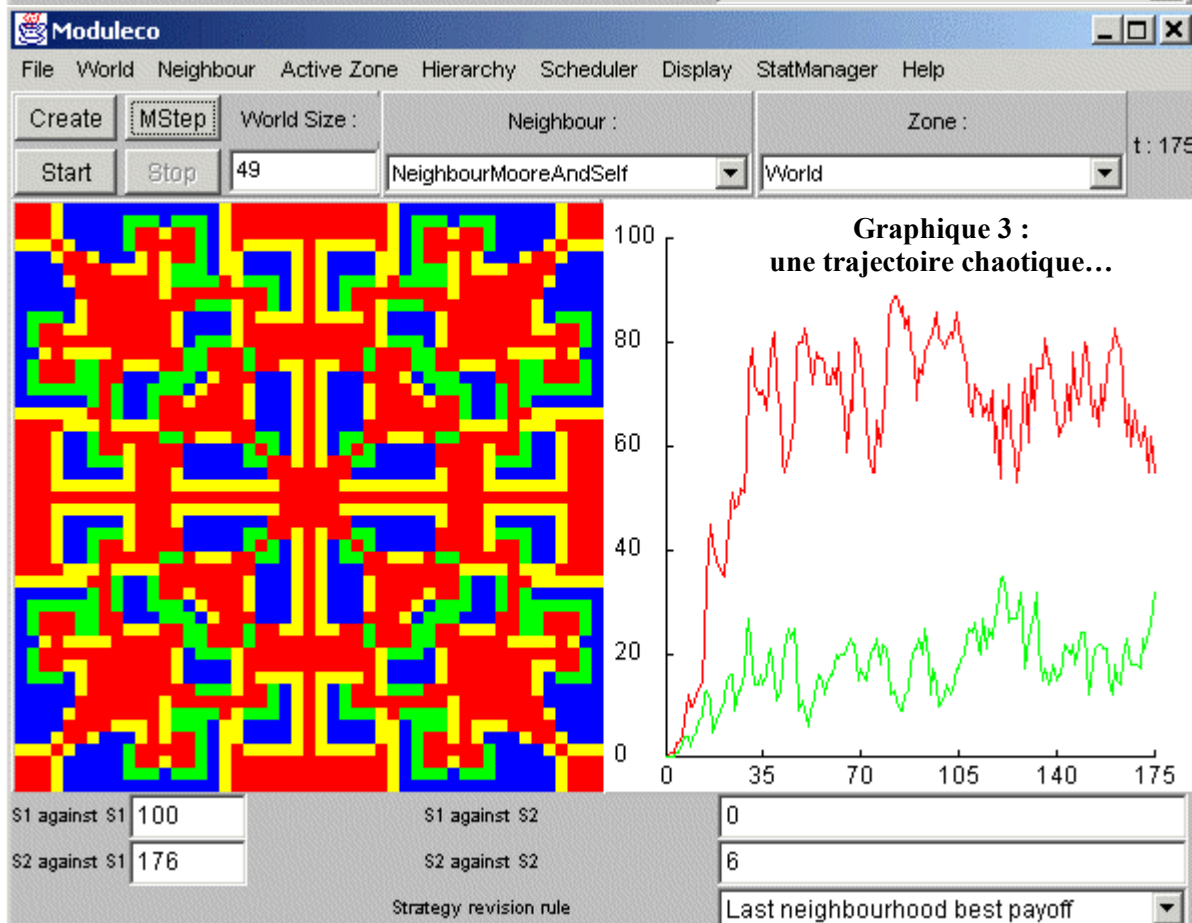
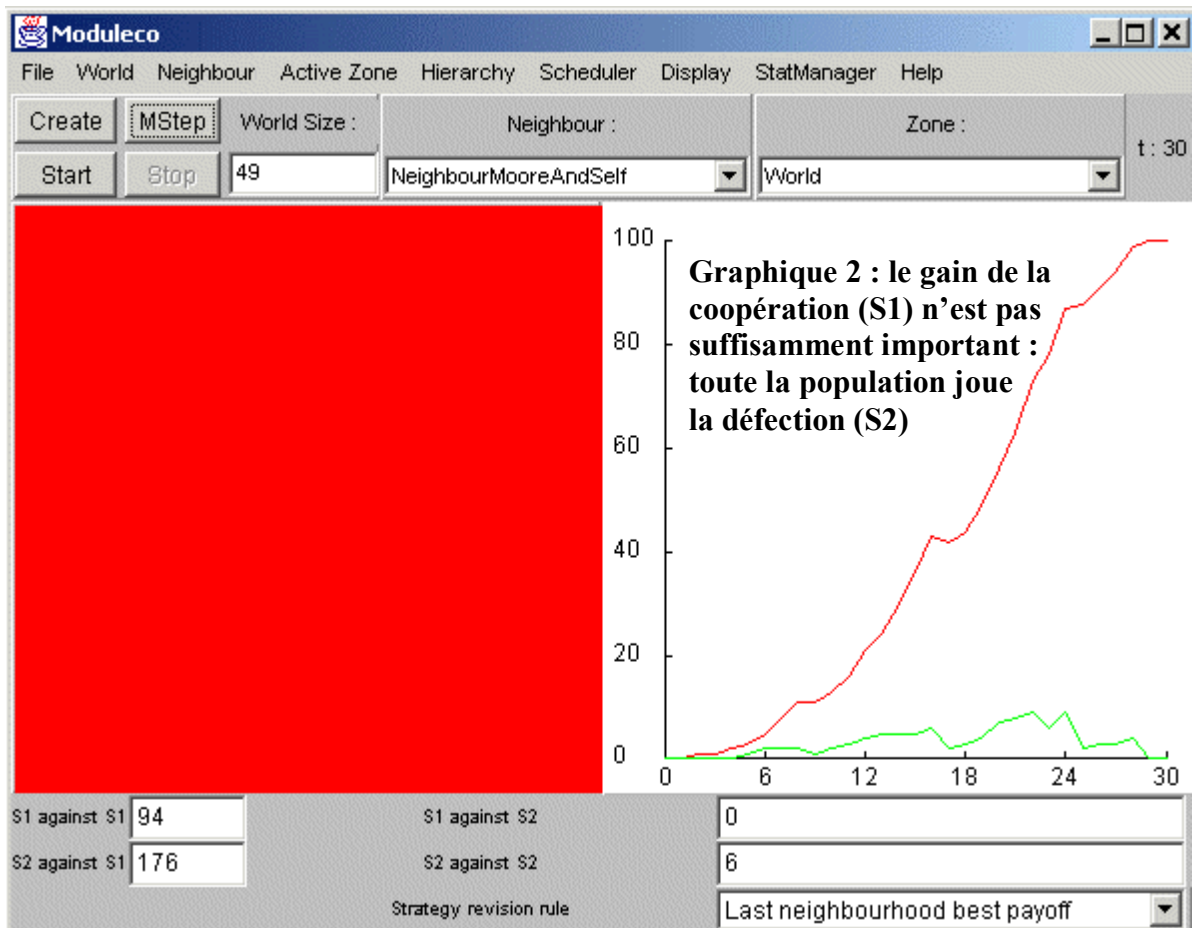
Des comportements individuels très simples peuvent, lorsqu'ils sont rendus interdépendants par une structure d'interaction spécifique, produire des dynamiques complexes. La modèle ci-dessus est inspiré de May, Nowak (1992, 1993). Il s'agit d'un dilemme du prisonnier spatial. On prend une population de coopérateurs en équilibre sur un réseau torique. Chaque joueur joue le dilemme du prisonnier avec ses huit voisins immédiats. Puis il observe les gains totaux de ses voisins, sans cependant connaître les stratégies jouées par les joueurs qui se trouvent à une distance supérieure. Les joueurs révisent alors leur stratégie selon deux règles très simples.

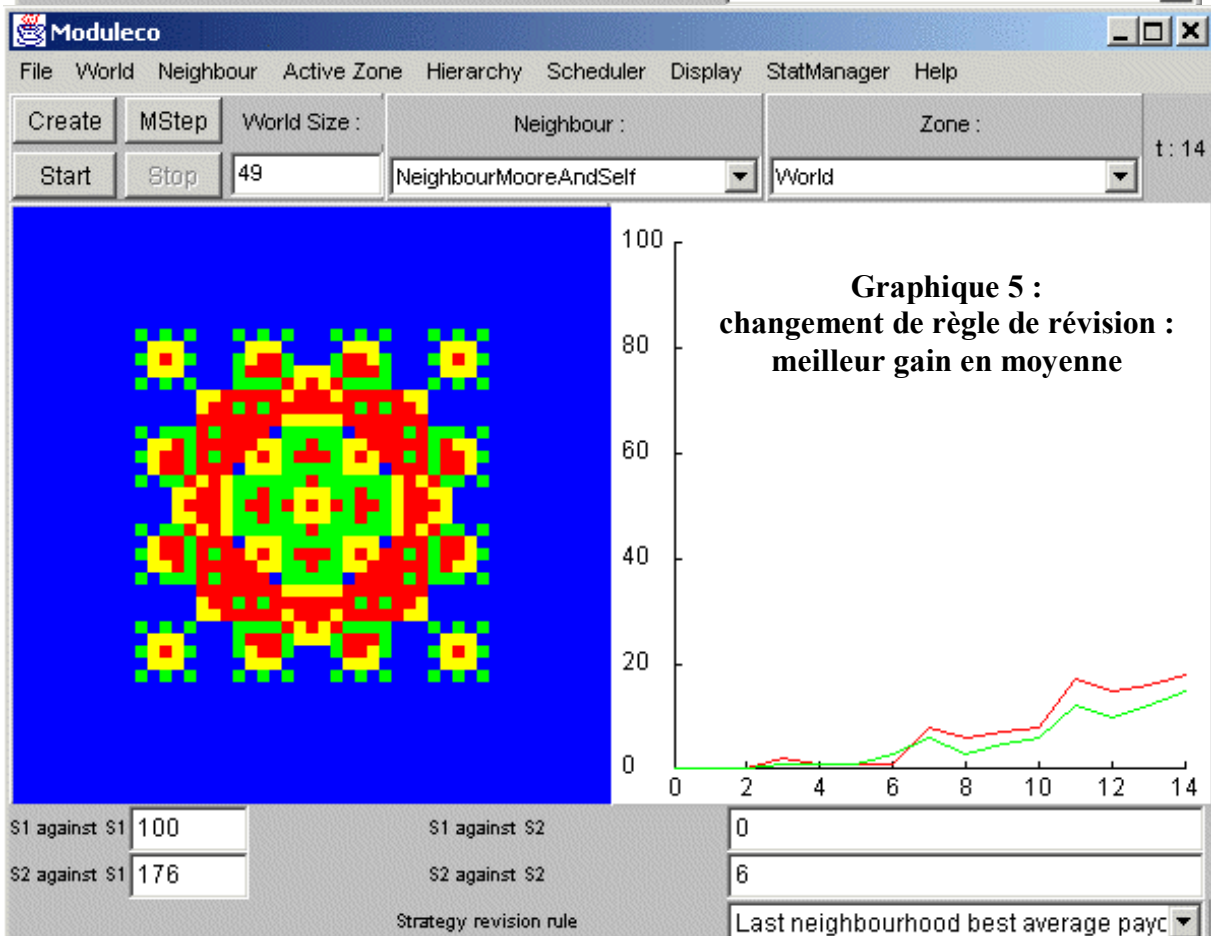
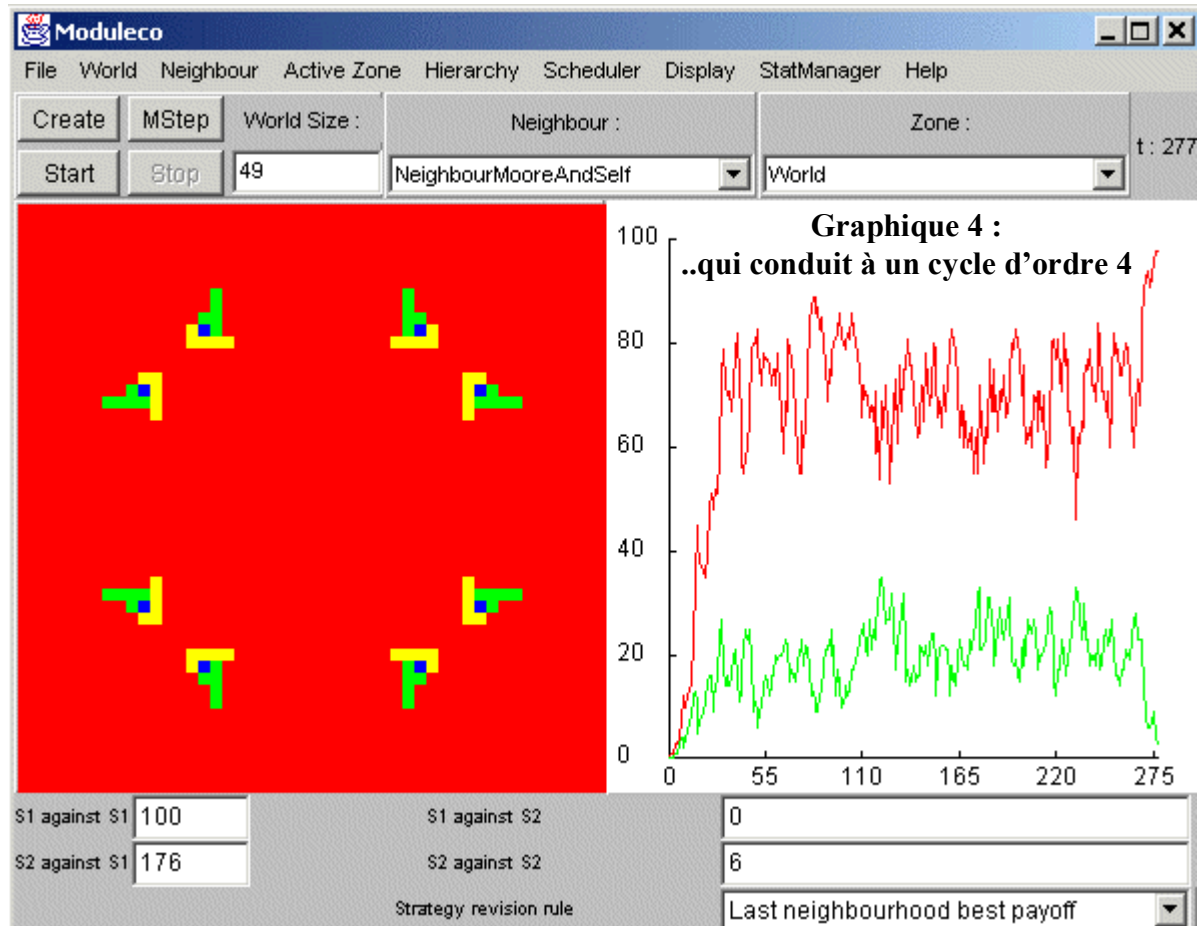
Dans le modèle de May, Nowak (1992, 1993), il reproduisent la stratégie du joueur qui a eu le meilleur gain si celle -ci est supérieure au gain qu'ils auraient eu en jouant contre eux-mêmes (*last neighbourhood best payoff*). Nous avons ajouté une option dans laquelle les joueurs reproduisent la stratégie qui en moyenne a eu le meilleur gain (*last neighbourhood best average payoff*). Il s'agit donc d'une *forme spatiale de jeu évolutionnaire*. Les joueurs n'ont aucune mémoire, et le jeu est purement déterministe : on amorce en plaçant un défecteur au milieu d'une population de coopérateurs ($49^2 - 1 = 2400$ coopérateurs !)

Sur le graphique 1, le gain de la coopération contre elle-même (S1 contre S1 : 102) est suffisamment élevé pour bloquer la diffusion de la stratégie de défection (S2). Les défecteurs forment une « zone gelée » de 9 joueurs. Sur le graphique 2, le gain de la coopération contre elle-même (S1 contre S1 : 94) est trop faible : au bout de 30 périodes, toute la population joue la défection. Dans le graphique 3, on a pris un gain intermédiaire (100). La trajectoire dynamique devient quasi chaotique et produit de belles figures géométriques. Dans ce cas précis, elle converge (graphique 4) vers un cycle⁵ de période 4 au bout de 277 itérations. Le graphique 5 montre le même jeu, mais avec une règle de révision différente des stratégies : ici le joueur retient la stratégie qui a en moyenne fait le meilleur gain. Dans ce cas, il faut attendre dans les 900 périodes avant de voir la dynamique converger vers un cycle de longueur 24. Mais une telle dynamique peut très bien durer un temps indéfiniment plus long.



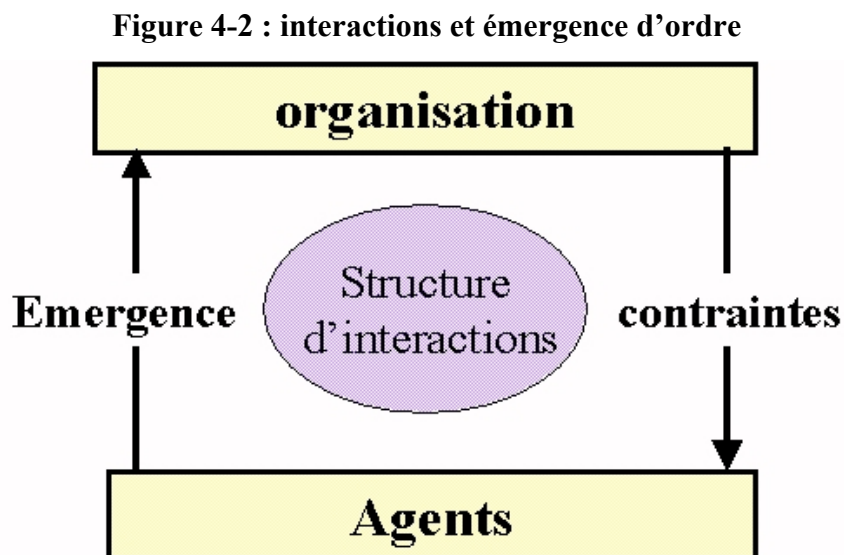
⁵ Dans le cas d'un réseau d'automate, comme on le verra plus loin on appelle « cycle » le nombre de configurations qu'il faut parcourir pour revenir à une configuration donnée. Dans ces réseaux, il n'y a donc pas de « cycles limites », comme dans les trajectoires sur un espace continu.





B - L'émergence.

C'est l'*interaction* entre les éléments d'un système dynamique qui est à la source du chaos et de la complexité. Les effets des interactions peuvent apparaître totalement aléatoires (alors qu'elles sont produites par des règles déterministes). Ils peuvent aussi conduire à l'émergence d'un ordre (structure, organisation - Atlan (1979) définit la complexité comme « *un ordre dont on ignore le code* »).



L'*émergence* est la propriété centrale des systèmes dynamiques fondés sur des agents autonomes en interaction. De leurs interactions locales, émergent *les propriétés globales du système que l'on ne saurait prédire par la seule connaissance des règles qui gouvernent les éléments qui le composent*. Elle résulte de la confrontation des agents sur la structure d'interaction : une meilleure connaissance des propriétés génériques (dynamiques, morphogénétiques) de la structure d'interaction devrait permettre une meilleure connaissance de ces propriétés émergentes.

Un des premiers exemples d'émergence fondée sur des interactions sociales peut être trouvé dans les modèles de ségrégation de Schelling (1969, 1971, 1978). Celui-ci avait pour but de montrer que des structures résidentielles ségrégationnistes (ghettos) pouvaient apparaître même si les préférences des habitants étaient compatibles avec une structure intégrée des populations, ce qui est le cas avec des préférences faibles, comme par exemple : « j'accepte d'habiter avec un voisinage majoritairement différent de moi, sauf si je suis trop minoritaire ».

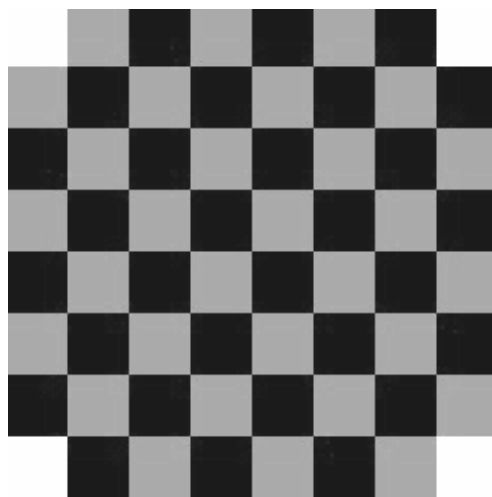
Dans ce modèle, *les agents n'interagissent que localement, avec leurs 8 voisins immédiats*⁶. Ils ne sont pas concernés par la configuration générale de l'habitat.

Chaque agent accepte un voisinage majoritairement différent pour peu qu'il y ait au moins 37,5% de voisins semblables. En pratique, Schelling propose la règle du jeu suivante : si je n'ai qu'un ou deux voisins, un au moins doit être semblable à moi (au plus 50% de différence) ; si j'ai entre trois et cinq voisins, deux au moins doivent m'être semblables (33 %, 50%, 60% de voisins différents) ; et si j'en ai six à huit, trois au moins doivent être semblables (50%, 57,1%, 62,5% de voisins différents).

Les interactions locales suffisent pour faire apparaître des configurations globales fortement homogènes : la ségrégation est une propriété émergente du modèle. Cependant certaines configurations locales intégrées - des îlots, par exemple - peuvent être résistantes aux perturbations extérieures.

Les structures fortement intégrées sont instables lorsqu'elles sont confrontées à des perturbations aléatoires, alors que les structures homogènes sont beaucoup plus stables ("zones gelées").

Figure 4-3 : «équilibre avec population intégrée

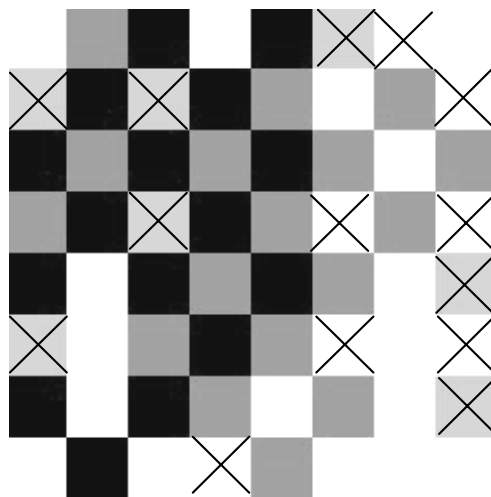


On dispose, sans remplir les coins, 60 habitants, 30 "rouges" et 30 "noirs" sur un damier 8x8. L'intégration complète correspond à un ordre où les habitants sont disposés alternativement, de telle sorte qu'un habitant, quelque soit sa couleur, ait exactement quatre voisins rouges et quatre noirs à partir de n'importe quelle position au delà de la rangée de bordure,. Pour les rangées du bord, on trouve alternativement deux (ou trois) semblables sur les cinq voisins, et

⁶ Il s'agit d'un voisinage de « Moore », cf. § 4.2.1.

deux de chaque près des coins. Cette configuration d'intégration maximale est un équilibre, puisque aucun habitant ne souhaite déménager. Sur la copie d'applet java représentée sur la figure 4-4, on perturbe ensuite la distribution. Schelling enlevait (à la main) 20 habitants et en rajoutait 5 au hasard. Les habitants mécontents de leur voisinage apparaissent barrés d'une croix.

Figure 4-4 : 14 habitants mécontents



Les habitants mécontents déménagent en cherchant au hasard une localisation conforme à leurs vœux. Ces déplacements engendrent de nouveaux mécontentements et la population continue à bouger jusqu'à ce qu'un nouvel équilibre soit atteint. celui-ci peut correspondre à un état de parfaite ségrégation, ou parfois, laisser subsister des zones d'intégration ou des « niches » de différence au sein d'une population homogène.

Figure 4-5 : convergence vers une structure en ghettos après 4 itérations.

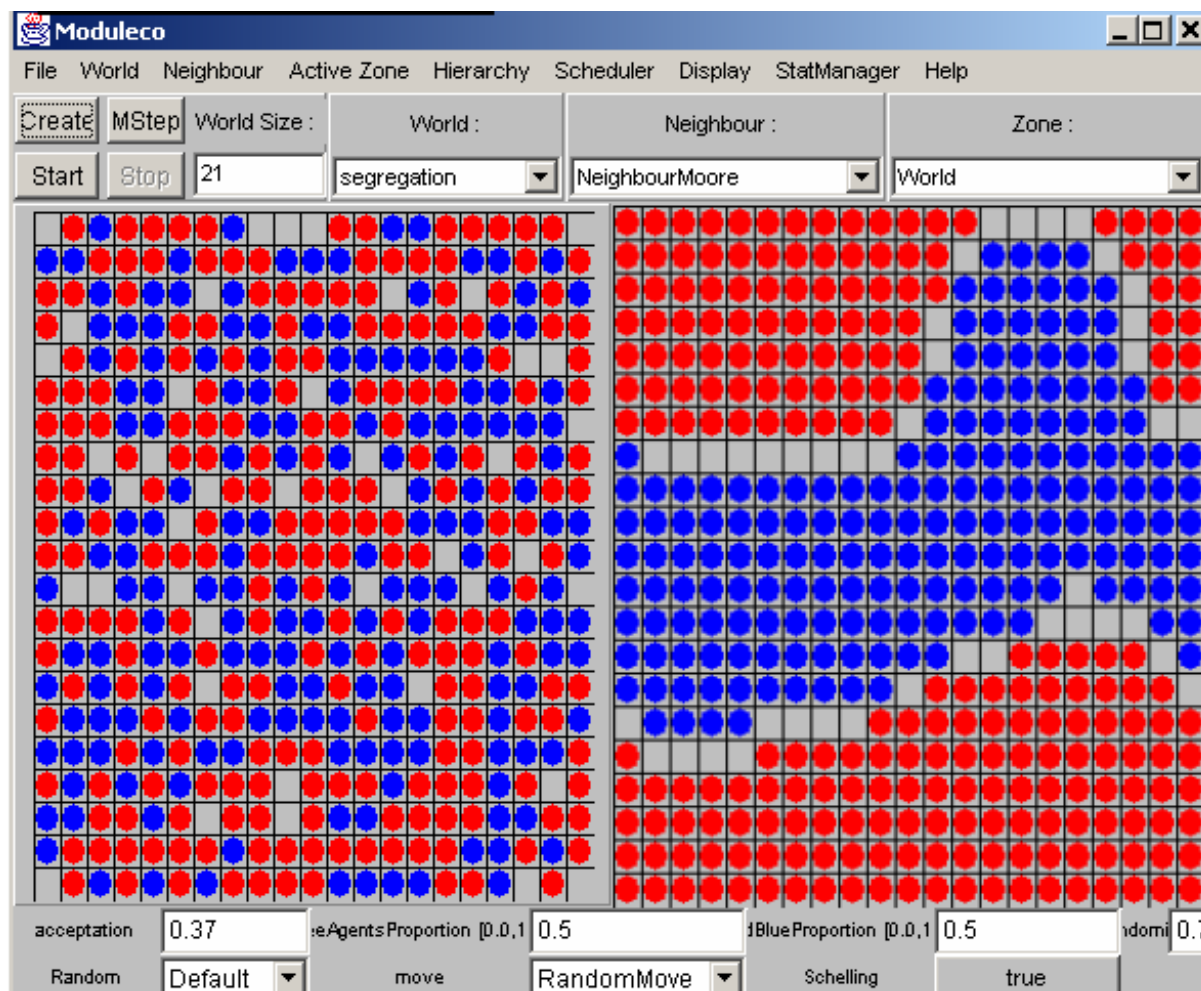


Dans le modèle de Schelling, la formation de Ghetto est le résultat *inintentionnel* de la composition des comportements individuels. L'intention des agents est dans ce cas de figure de ne pas être trop « isolé », non de créer une nouvelle organisation de l'espace. Une telle

structure est dite « émergente » car elle ne figure pas dans l'espace des choix des agents préalablement à sa formation. Elle n'est la conséquence du comportement de personne en particulier, mais tous contribuent directement ou indirectement à cette émergence.

Le modèle de Schelling a été développé sur la plate-forme multi-agents Moduleco. On retrouve les résultats du modèle initial pour différents algorithmes de déplacement et différentes tailles du réseau⁷.

Figure 4-6 : ségrégation et émergence de ghettos dans le modèle de Schelling



le principe créatif de l'émergence est une propriété centrale des systèmes dynamiques complexes. Mais les effets des interactions sur les structures n'apparaissent pas de manière homogène dans le temps on observe des périodes de stabilité – « *stases* », « *régimes* » - ponctuées par des périodes de crise qui caractérisent la transition d'un niveau d'organisation à l'autre (complexité temporelle). En effet, dans un monde « *linéaire* », le principe de

⁷ Dans Moduleco, les agents sont réellement mobiles, comme on le verra plus loin.

proportionnalité associée aux petites perturbations de petits effets, tandis que des perturbations majeures sont nécessaires pour entraîner des ruptures. Les situations qui nous intéressent correspondent à un monde essentiellement non linéaire. Le principe de proportionnalité n'est plus respecté et les dynamiques y sont non linéaires : il se peut que des modifications de l'environnement d'ampleurs similaires produisent des changements d'importance très variés, comme on le verra ultérieurement dans la section 2.

../..

4.2. La dynamique des réseaux d'automates : principales notions et applications aux processus historiques

Avant d'étudier les dynamiques structurelles économiques et sociales sur Moduleco, il n'est pas inutile de chercher à maîtriser préalablement les principaux concepts de la dynamique que nous serons amenés à rencontrer dans des cas heuristiques très simples, tirés de la dynamique des populations. En pratique, un certain nombre de modèles proposés en économie procèdent juste à une transposition de modèles issus de la physique statistique (typiquement, en France tous les travaux de Jean Michel Dalle et de ses disciples Dalle 1997, Dalle, Jullien, 2000...) ou de la biologie des populations (par exemple les jeux évolutionnaires : Samuelson 1997), en proposant juste une interprétation économique des coefficients associés à la dynamique considérée. Il s'agit d'une première approche qui présente déjà en soi un intérêt (Dalle, Foray, 1995). Cependant il convient de garder à l'esprit que l'on évacue ainsi la principale difficulté : ce qui distingue l'homme des insectes sociaux, c'est sa capacité de *conceptualiser son environnement*. Par cet acte réflexif, l'homme peut ainsi *modifier individuellement* de manière *endogène son rapport à l'environnement* à chaque fois qu'il prend conscience que ce dernier a changé⁸. D'un point de vue générique, ce processus d'équilibration (adaptation des représentations humaines aux variations de l'environnement) se conceptualise très bien en adoptant le point de vue du structuralisme génétique à la Piaget, qui a précisément été conçu pour cela. Par contre, du point de vue informatique, la résolution dans les modèles multi-agents de ce problème de dynamique structurelle interne aux structures cognitives de l'agent

⁸ Les travaux d'éthologie montrent que les animaux supérieurs possèdent également, dans une moindre mesure une telle capacité d'adaptation. Mais seul l'homme, avec la langue, possède la capacité de *conceptualiser* cette adaptation / restructuration

pose problème (Gilbert, 1995). En *prospectif*, il s'agit d'ailleurs d'un des problèmes centraux de l'intelligence artificielle, nous ne prétendons donc pas le résoudre ici.

Si l'on se place à un niveau suffisamment élevé d'abstraction, les *principes dynamiques* applicables aux populations naturelles, physiques ou biologiques, devraient pouvoir généralement s'appliquer aussi aux populations humaines, sous les réserves qui viennent d'être soulignées : dans ces dernières, la *possible conceptualisation par l'agent des phénomènes émergents qu'il peut observer* peuvent venir altérer ses fonctions de réaction, et donc les *propriétés dynamiques* du modèle pourraient en conséquence être *modifiées*, même si les *principes* de la dynamique restent toujours *inchangés*.

Dans cette section, les propriétés générales des réseaux d'automates qui sont utilisés pour illustrer les propriétés dynamiques qui nous intéressent sont d'abord brièvement présentées. Dans un second temps, on évoque le débat sur les *équilibres ponctués* dans l'évolution des espèces vivantes, afin d'en dégager les *caractéristiques génériques* propres à l'étude des *dynamiques historiques*. On présente pour terminer deux modèles métaphoriques très simples, adaptés d'après Weisbuch (1989) et Back, Sneppen (1993).

4.2.1. - Les réseaux d'automates : une première étape pour étudier la dynamique des « Sociétés artificielles »⁹

La première version de Moduleco a été conçue comme une plate-forme de simulation d'automates répartis sur un réseau fixe torique. Les interfaces graphiques portent encore des traces de cette version originelle.

Les réseaux d'automates (Weisbuch, 1989), sont les systèmes formels les plus simples pour étudier la dynamique des populations en interaction. Il s'agit d'une première étape qui correspond au programme « évolutionnaire » de l'économie cognitive Walliser (2000)¹⁰.

Les automates sont des systèmes informatiques définis par la donnée de trois ensembles (les entrées : I, les sorties : O, les états internes : S) et de deux applications séquentielles (une

⁹ Cette présentation s'adresse principalement au lecteur qui ne connaîtrait pas les propriétés dynamiques des réseaux d'automates. Le lecteur « informé » peut sauter cette sous-section et aller directement à § 4.2.2

¹⁰ Les automates sont utilisés en théorie des jeux (par exemple Rubinstein, 1986 ; Abreu, Rubinstein, 1988 , Binmore, Samuelson, 1992), et les réseaux d'automates sont largement utilisés (même s'ils ne sont pas toujours nommés ainsi) dans les jeux évolutionnaires sur des réseaux (Ellison, 1993 ; Kirchkamp, 1996, 1999, 2000 ; Anderlini, Ianni, 1996 ; Samuelson, 1997 ; Solal, 1999)

fonction de changement d'états : $S_t = f(S_{t-1}, I_t)$ et une fonction de sortie ; $O_t = g(I_t, S_t)$. Le nombre k d'entrées d'un automate est appelé « *connectivité d'entrée* ».

A - Les automates binaires

On désigne sous le nom d'*automates binaires élémentaires* un sous ensemble d'automates simplifiés à deux états possibles (par exemple 0 et 1) pour lesquels l'ensemble des états internes et l'ensemble des sorties sont confondues. On a donc : un ensemble d'entrées $I = \{0,1\}$; un ensemble des états/sorties $S = \{0,1\}$ et une fonction de changement d'état ; $f(i,s)$, qui donne l'état de l'automate $s \in S$, (et donc sa sortie) en $t+1$ en fonction de son état précédent et du vecteur d'entrée $i = (i_1, \dots, i_k)$ en t .

Les *automates booléens* sont un premier exemple d'automates binaires élémentaires. La fonction de changement d'état d'un automate booléen correspond à un opérateur logique (et, ou, non et, ou exclusif, etc...) qui est entièrement défini par les *tables de vérité* qui donnent l'état de sortie en fonction de la configuration des états d'entrée. Un automate booléen de connectivité k a donc 2^k configurations possibles d'entrée et deux états de sortie. Stuart Kaufman a beaucoup utilisé les réseaux d'automates booléens dans ses travaux (Kaufman, 1993, 1995a, 1995b ; Kaufman, Johsen, 1991)

K = 2	ET				OU			
Entrées	0,0	0,1	1,0	1,1	0,0	0,1	1,0	1,1
Sorties	0	0	0	1	0	1	1	1

K = 3	ET							
Entrées	0,0,0	0,0,1	0,1,0	1,0,0	0,1,1	1,0,1	1,1,0	1,1,1
Sorties	0	0	0	0	0	0	0	1
	OU							
Entrées	0,0,0	0,0,1	0,1,0	1,0,0	0,1,1	1,0,1	1,1,0	1,1,1
Sorties	0	1	1	1	1	1	1	1

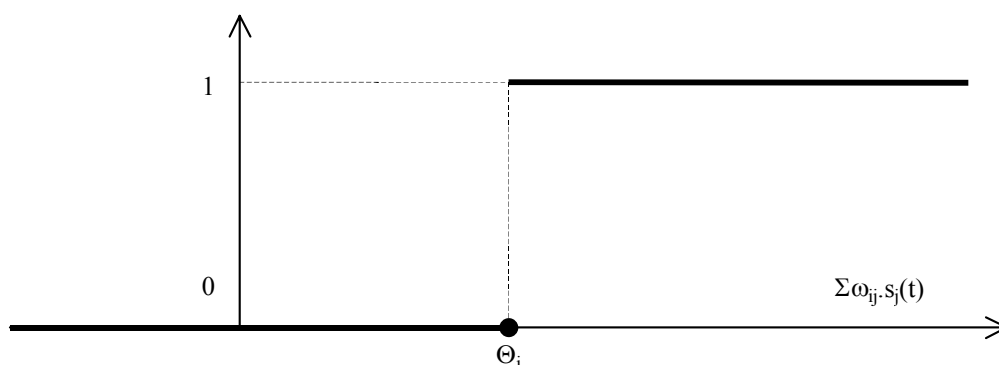
Les *automates à seuil* sont d'un type plus sophistiqué. On les utilise dans les réseaux de neurones formels. En économie, une variante de ces automates a été utilisée en particulier par

Plouraboué, Steyer Zimmermann (1998) et Deroïan, Steyer, Zimmermann (1999), dans leur modèle de réseau social critique auto-organisé. Dans un automates à seuil, la fonction de changement d'état d'un automate à seuil est définie par :

$$s_i(t+1) = H \left[\sum_j \omega_{ij} \cdot s_j(t) - \Theta_i \right]$$

Où $H[.]$ est une *fonction de Heaviside*, égale à 1 si l'argument est positif, et nulle sinon. La somme comptabilise l'ensemble des interactions avec les automates connectables à l'entrée (tels que : $s_j(t) = i_j(t)$) en la pondérant par un coefficient ω_{ij} qui représente l'intensité des interactions entre l'automate j et l'automate i . Dès que la somme pondérée des interactions à l'entrée est supérieure au seuil Θ_i , l'automate i prend la valeur 1.

Graphique 4-6 : fonction de Heaviside



Remarque : il est toujours possible d'exprimer une fonction à seuil par une table de vérité, mais à l'inverse, tous les automates booléens ne peuvent pas toujours être mis sous la forme d'une fonction à seuil.

K = 3	$S_i(t+1) = H[0,2 \cdot i_1 + 0,2 \cdot i_2 + 0,6 \cdot i_3 - 0,4]$							
Entrées ($i_1 \cdot i_2 \cdot i_3$)	000	001	010	100	011	101	110	111
Sorties	0	1	0	0	1	1	0	1

B - Les réseaux d'automates

Lorsque l'on interconnecte plusieurs automates entre eux selon une *structure d'interaction* spécifique, on obtient un système dynamique qualifié de « *réseau d'automates* ». Le système

peut également être interprété comme un graphe orienté $G(V,U)$ dont l'ensemble des sommets serait composé des automates (les « *nœuds* » du réseau) et l'ensemble des arêtes des connexions qui relient une sortie à une entrée. *L'état du réseau* est donné à chaque période par la liste des états de l'ensemble des automates qui le composent. Un réseau d'automate apparaît bien comme un exemple de « *système de transformation* » au sens de Delattre (1977). Il peut donc être considéré jusqu'à un certain point comme une structure au sens de Piaget (1968)

Les deux grands types d'itérations génériques les plus simples sont les itérations parallèles et séquentielles. Dans un processus à *itérations parallèles*, tous les automates changent d'état de manière simultanée en fonction des états d'entrée de l'étape précédente¹¹ Dans un processus à *itérations séquentielles* (en série), un seul automate change d'état à chaque étape. Un processus d'itérations séquentielles suppose donc la définition d'une suite ordonnée décrivant la succession des automates à modifier¹².

Dans le cas général, les automates peuvent être connectés entre eux de manière aléatoire, ou bien encore ils peuvent être tous interdépendants les uns des autres, on parle alors de *connectivité complète*. On commencera par l'étude des *automates cellulaires*, où les connexions concernent un nombre limité de « voisins » définis par une « structure d'interaction » spécifique sur un réseau de faible dimension (1,2 ou 3).

Figure 4-13 - Applet java simulant un réseau d'automates booléens de dimension un



source : David ECK, Cellular Automata and the Edge of Chaos <<http://math.hws.edu/xJava/index.html>>

Dans le cas d'un réseau d'automates cellulaires de dimension un, le réseau peut être représenté sous la forme d'une droite, ou d'un cercle (les conditions « aux bords » deviennent alors périodiques). La structure d'interaction la plus simple consiste alors à considérer les

¹¹ Ce type d'itération peut être mis en œuvre par l'option « *late commit scheduler* » de Moduleco

¹² Ce type d'itération peut être mis en œuvre par l'option « *early commit scheduler* » de Moduleco

deux plus proches voisins. La structure d'interaction comprend alors deux ou parfois trois entrées (si on considère que l'automate interagit avec lui même).

Dans le cas où $k = 2$, on a : $2^2 = 4$ configurations d'entrée possibles, et donc $2^4 = 16$ règles différentes possibles pour les changements d'état.

On peut coder ces règles de 0 à 15 en classant les sorties selon leur valeur binaire. Dans le cas où $k=2$ il est intéressant de classer les configurations d'entrées selon leur valeur binaire, en plaçant les valeurs les plus faibles à gauche. On remarque alors que les règles sont symétriques. Les 8 dernières règles sont les complémentaires des huit premières et peuvent être obtenues en inversant les valeurs de sorties

Configuration d'entrée	0,0	0,1	1,0	1,1
Sortie (règle 0)	0	0	0	0
Sortie (règle 1) « ET »	0	0	0	1
Sortie (règle 2)	0	0	1	0
Sortie (règle 3) entrée de gauche	0	0	1	1
Sortie (règle 4)	0	1	0	0
Sortie (règle 5) entrée de droite	0	1	0	1
Sortie (règle 6) « OU » exclusif	0	1	1	0
Sortie (règle 7) « OU »	0	1	1	1

Configuration d'entrée	0,0	0,1	1,0	1,1
Sortie (règle 8) non « OU »	1	0	0	0
Sortie (règle 9) non « OU » exclusif	1	0	0	1
Sortie (règle 10) inverse(entrée de droite)	1	0	1	0
Sortie (règle 11)	1	0	1	1
Sortie (règle 12) inverse(entrée de gauche)	1	1	0	0
Sortie (règle 13)	1	1	0	1
Sortie (règle 14) non « ET »	1	1	1	0
Sortie (règle 15)	1	1	1	1

Pour $k = 3$, il y a $2^3 = 8$ configurations d'entrée possible et donc $2^8 = 256$ règles de transition différentes. Ces réseaux ont été étudiés de manière approfondie par Wolfram (1984). De même que précédemment, on peut coder ces règles de 0 à 255, en classant les configurations d'entrée et de sortie suivant leur valeur binaire. Le tableau suivant représente par exemple la règle 126 (1111110 en notation binaire)

Configuration d'entrée	1,1,1	1,1,0	1,0,1	1,0,0	0,1,1	0,1,0	0,0,1	0,0,0
Sorties (règle 90)	0	1	1	1	1	1	1	0

** Réseaux d'automates cellulaires de dimension deux*

Le premier réseau d'automates cellulaires a été construit directement en dimension deux par Von Neuman (1966) pour représenter la logique d'un processus d'auto-reproduction. Le monde artificiel de Von Neuman se présente sous la forme d'un réseau composé de mailles carrées ou les cellules peuvent prendre place à chaque intersection. On peut aussi concevoir d'autres formes de structures de réseaux, la seule contrainte étant de conserver à la fois une symétrie de translation et une symétrie de rotation autour des nœuds du réseau. Ainsi une symétrie de rotation d'ordre 3 donnera des figures triangulaires, une symétrie de rotation d'ordre 6 des alvéoles hexagonales etc...

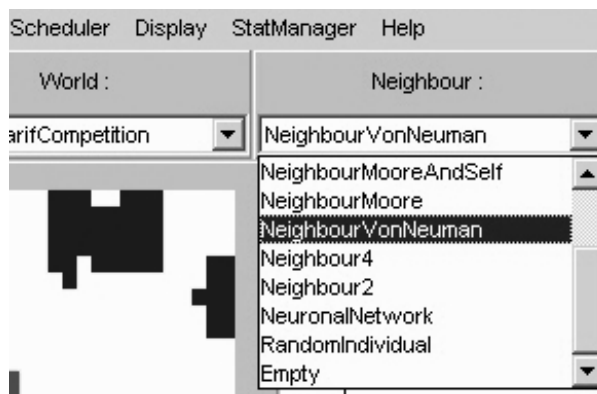
Dans les réseaux à maillage carré, ou treillis carré, les structures d'interaction les plus répandues sont (Tableau 4-1) :

Tableau 4-1 : quelques voisinages fixes dans un réseau d'automates de dimension deux

Voisinage de Von Neuman	Voisinage de Moore	Voisinage de Moore / Von Neuman
<pre> N O — X — E S </pre>	<pre> NO N NE \ / O — X — E / \ SE S SE </pre>	<pre> NN NO N NE \ / OO — O — X — E — EE / \ SE S SE SS </pre>

- le voisinage de Von Neuman, où chaque automate n'a que ses 4 voisins directs
- le voisinage de Moore où l'on inclut les voisins situés sur les diagonales (ce qui revient à construire une sous-structure d'interaction triangulaire)
- le voisinage élargi « Moore / VonNeuman » qui correspond à un voisinage de Moore auquel on ajoute les 4 voisins les plus proches des voisins de Von Neuman qui ne sont pas déjà inclus dans le voisinage de Moore. Ce voisinage revient à construire des sous-structures d'interaction établissant des liens directs avec tous les voisins séparés de l'automate par, au plus, un automate sur le treillis carré.

Figure 4-14 : sélection des voisinages dans *Moduleco*



** Réseaux « neuronaux »*

J. Hopfield a proposé en 1982 un réseau d'automates à seuil où les entrées de l'automate peuvent être interprétées comme une idéalisation des synapses d'un neurone cérébral. Les coefficients ω_{ij} sont alors qualifiés de « poids synaptiques ». Lorsque le coefficient est positif, il représente une *connexion activatrice*, s'il est négatif il représente une *connexion inhibitrice*. Dans le modèle de Hopfield, la connectivité est complète à l'exception des termes diagonaux ω_{ii} qui sont nuls (certaines relations peuvent cependant être neutralisées en attribuant une valeur nulle au poids synaptique). Les relations entre automates sont *symétriques*, et donc les poids synaptiques sont égaux de part et d'autre d'une connexion (pour tout $i, j : \omega_{ij} = \omega_{ji}$). Le mode d'itération utilisé est séquentiel aléatoire : à chaque intervalle de temps, un seul automate, pris au hasard est mis à jour. On présentera plus loin un modèle de réseau social qui peut être interprété comme un réseau de neurones « à couches » (deux étages différents représentent deux étapes temporelles successives)

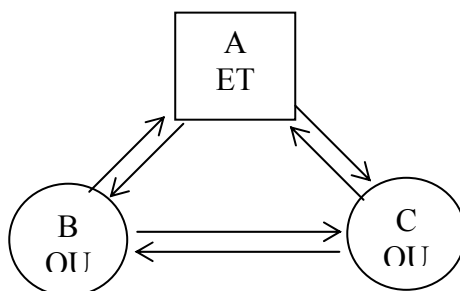
C - Propriétés dynamiques d'un réseau d'automates binaires élémentaires

L'ensemble des états d'un réseau de N automates binaires élémentaires comprend 2^N configurations possibles. On peut donc construire à partir des règles de transition et des états possibles un *tableau des successeurs* qui fait correspondre aux 2^N entrées données les 2^N sorties correspondantes, compte tenu des règles à appliquer. Lorsque N n'est pas trop grand, il est possible, à partir de ce tableau, de tracer un graphe orienté, le *graphe d'itération*, dont les nœuds sont les configurations du réseau, et dont les flèches indiquent le sens des transitions d'une période à l'autre.

Exemple 1 : les réseaux booléens NK

Considérons un réseau booléen simple à $N = 3$ automates, où les éléments B et C sont régis par la fonction OU et l'élément A par la fonction ET. Ce réseau ne comporte pas de bouclage d'un automate sur lui-même et a donc $K = 2$ entrées. Ces réseaux qui ont particulièrement été étudiés par Kauffman sont souvent désignés par l'appellation générique « NK », (ou N désigne le nombre d'automates et K le nombre d'entrées pour chaque automate.

Réseau NK = 32



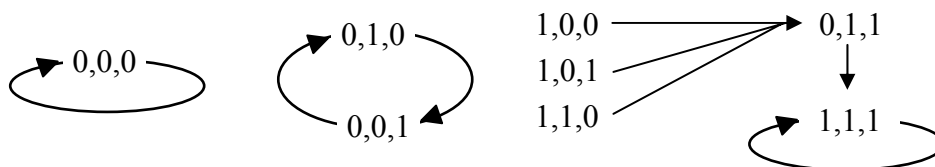
Etat initial des automates			Etat suivant des automates		
A	B	C	A	B	C
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

A partir du tableau ci-dessus, on peut tracer le graphe d'itération. Comme un réseau d'automate séquentiel est un système déterministe, si un réseau se retrouve dans un état qu'il a déjà atteint, la suite des états qui seront parcourus après ce second passage sera la même que celle qui a été parcourue après le premier : le réseau « boucle » ainsi sur lui-même et cette boucle est alors qualifiée « d'attracteur » du système dynamique représenté par le réseau. Le nombre d'itérations nécessaires pour se retrouver dans le même état est qualifié de *période* de l'attracteur. Lorsque la période est de longueur 1, c'est à dire lorsque le réseau reste indéfiniment dans la même position, l'attracteur est un *point fixe*. On parle de *cycle* dès que la période est supérieure à 1. Enfin l'ensemble des états du réseau qui conduisent à un attracteur donné forment *le bassin d'attraction* de l'attracteur.

Dans notre exemple la configuration $\langle 0,0,0 \rangle$ est un point fixe et les configurations $\langle 0,0,1 \rangle$ et $\langle 0,1,0 \rangle$ forment un cycle. Dans ces deux cas, point fixe et cycle coïncident avec le bassin

d'attraction correspondant. La configuration $\langle 1,1,1 \rangle$ est un point fixe et son bassin d'attraction comprend l'ensemble des autres états. Trois configurations n'ont pas de prédécesseurs on les nomme « jardins d'Eden » (Weisbuch, 1989)

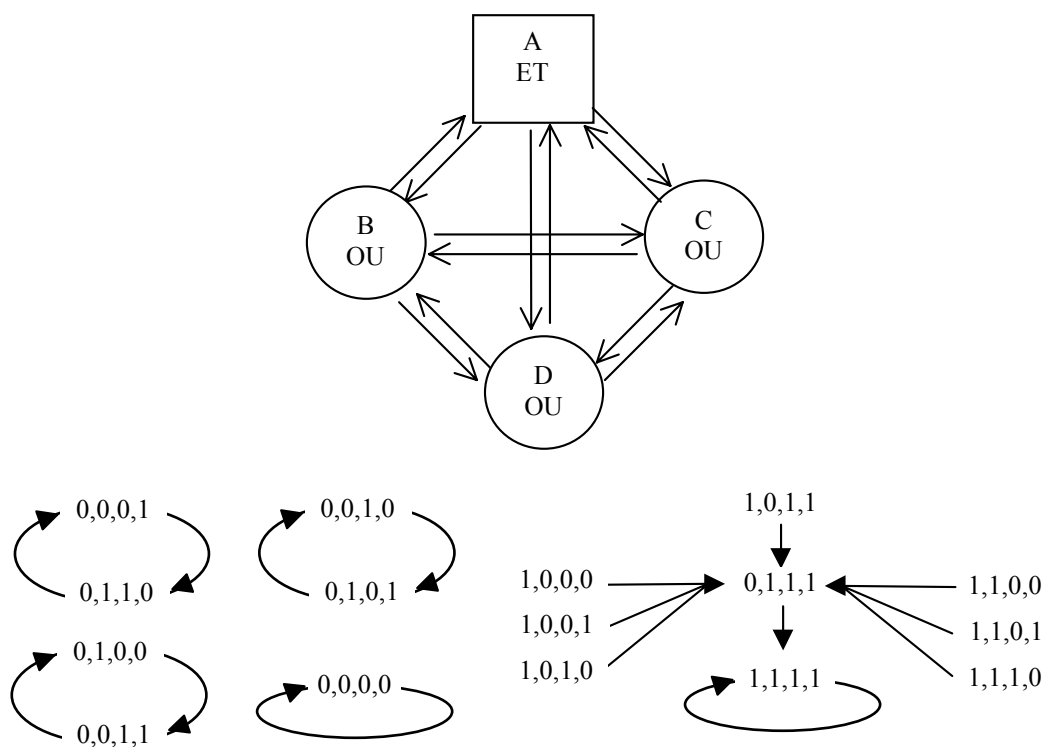
Graphe d'itération du réseau NK = 32



Si l'on considère maintenant un réseau $NK=43$, avec une fonction « ET », et trois fonctions « OU », on fait apparaître une conservation de la typologie des attracteurs, avec l'apparition de deux cycles limites d'ordre 2 supplémentaires, et un élargissement du bassin d'attraction du point fixe associé à la condition ET ; : $\langle 1,1,1,1 \rangle$, qui passe de 3 à 8 éléments.

Quelque soit la configuration de départ, les réseaux NK évoluent vers un attracteur, fixe ou périodique et y restent en l'absence de perturbations.

réseau NK = 43 et son graphe d'itération



Perturbations, complexité et chaos.

Pour étudier la stabilité d'un attracteur, on peut introduire des perturbations. On distingue généralement deux types de perturbations : les *perturbations d'état* et les perturbations structurales. Lorsqu'un seul élément change d'état, la perturbation est minimale. Une telle perturbation peut parfois suffire à faire changer le réseau de bassin d'attraction et donc à modifier sa dynamique. Il peut arriver qu'une telle modification suffise pour entraîner une chaîne de perturbations qui se propage dans le réseau comme une *avalanche*. L'état considéré est alors qualifié de « critique ». On parle de *perturbation structurale* lorsque l'on modifie de manière permanente pour un automate au moins une ou plusieurs connexions ou la fonction de changement d'état. L'ensemble des propriétés dynamiques du réseau peut se trouver changée de manière radicale.

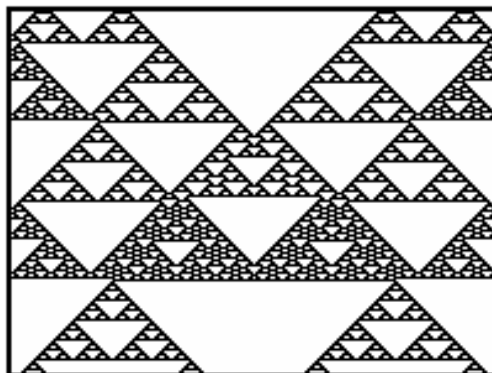
Dans les systèmes où $N = K$, le nombre d'entrées de chaque automate est égal au nombre total d'automates du réseau : chaque automate boucle donc sur lui-même. Les propriétés de ces systèmes ont été étudiées par Kauffman. Ils sont très simples, mais *le désordre y est maximal et les dynamiques chaotiques*. En effet la période des cycles croît exponentiellement, et leur ordre de grandeur moyenne est proche de la racine carrée du nombre d'états distincts. Par exemple pour $N = K = 10$ on a déjà 2^{10} états possibles et donc des cycles d'une longueur moyenne de $2^5 = 32$ périodes.

En résumé, les propriétés du système dynamique que constitue un réseau d'automates sont entièrement définies par la donnée du mode d'itération, des caractéristiques individuelles des automates et de la structure d'interaction entre ses éléments. Il est possible d'identifier des *attracteurs* de ce système, auxquels peuvent être associés des *bassins d'attraction*, et d'en étudier les propriétés (point fixe, cycle ...) ainsi que la sensibilité aux perturbations d'état comme aux perturbations structurales (modifications de la structure d'interaction).

Wolfram (1984), qui a étudié la dynamique des réseaux d'automates en dimension un a mis à jour quatre configurations dynamiques. Nous en avons déjà vu trois : point fixe, cycle, chaos. La quatrième configuration produit des résultats très surprenants. Il s'agit de formes organisées et complexes, comme celles que l'on peut voire apparaître sur la figure 4-15, qui superpose les configurations que l'on obtient en empilant les itérations successives d'un même réseau de dimension un. Dans l'applet ci-dessous, on attribue la couleur noire à un automate booléen dans l'état « vrai » et une couleur blanche à celui qui est dans l'état

« faux ». On voit que cette représentation d'une succession d'itération du même réseau fait apparaître une dentelle complexe formée de triangles de Sierpinsky¹³.

Figure 4-15 : complexité émergente : triangles de Sierpinsky dans le réseau d'automates de Wolfram



Cette trouvaille surprenante est elle une simple curiosité mathématique ou rend-elle compte d'une classe de phénomènes réels plus significative ? Si Wolfram a soigneusement inventorié les créations liées aux dynamiques du quatrième type, il n'a pas qualifié ces dernières. Mais le fondateur du concept de « vie artificielle », Christopher Langton et les chercheurs du Santa Fe Institute ont baptisé cette zone « *frontière du chaos* ». dans l'ordre des dynamiques, Langton (1991) a en effet montré que l'on peut identifier un paramètre dans les réseaux d'automates dont la variation conduit du point fixe au désordre du chaos en passant par le cycle puis par la « frontière du chaos »¹⁴. A cette occasion, Christopher Langton a introduit une analogie entre les dynamiques du réseau et les phases de la matière (on prendra l'exemple de l'eau). Le point fixe (et d'une certaine manière le cycle) qui caractérise un réseau complètement ordonné, figé, correspond à l'état solide. Le chaos à l'état gazeux. La « frontière du chaos » correspondrait à l'état liquide, producteur d'ordres évolutifs¹⁵. Si l'on pousse un peu plus loin l'analogie, dans l'écosystème terrestre, l'eau est liquide à la surface du globe, tout en étant à l'état gazeux dans l'atmosphère et à l'état solide à la proximité des

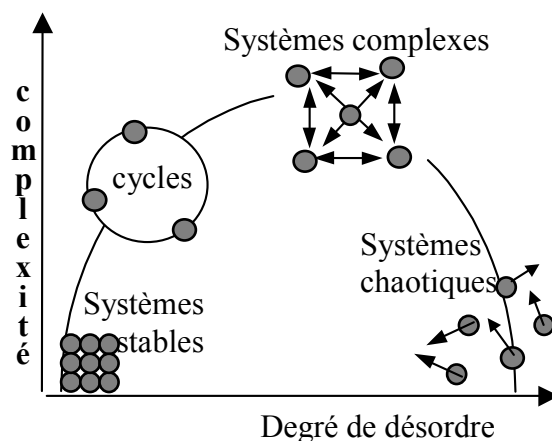
¹³ Le triangle de Sierpinsky est une famille de figures fractales que l'on construit aisément en insérant récursivement des triangles (équilatéraux) les uns dans les autres. On joint à l'intérieur d'un triangle le milieu de ses trois côtés et on le décompose ainsi en quatre triangles, etc...

¹⁴ Le lecteur familier avec la théorie du chaos fera sans doute un rapprochement avec le coefficient de Lyapounof, dont la valeur sert à évaluer le degré de divergences de trajectoires initialement proches.

¹⁵ Comme le remarque Kauffman (1995b), l'analogie n'est pas complètement satisfaisante dans la mesure où l'état liquide est lui même une phase.

pôles. Notre écosystème se trouve donc dans un état global métastable, sans arrêt perturbé *aux frontières* par des transitions de phase d'un état vers l'autre.

Figure 4-16 : dynamique des systèmes et complexité



Certains chercheurs¹⁶, comme Stuart Kauffman (1993, 1995a, 1995b) émettent alors la conjecture suivante : les phénomènes évolutifs du vivant se dérouleraient « à la frontière du chaos » (selon le titre de l'ouvrage d'Heudin, 1998). Dans ce qui suit, nous n'aborderons pas les problèmes sous cet angle un peu métaphysique, et nous nous limiterons à tenter d'identifier dans quelle mesure notre connaissance de certains phénomènes économiques peut être enrichie par ces résultats.

4.2.2. Exploration de la dynamique des populations avec des réseaux d'automates : équilibres ponctués et co-évolution d'espèces à la frontière du chaos.

Les deux modèles qui sont présentés ici sont hautement abstraits et relèvent donc de la métaphore. En pratique, les auteurs ont choisi la configuration la plus simple possible susceptible de produire le résultat souhaité¹⁷. En conséquence, bien que les mécanismes dynamiques sous-jacents soient très riches, en particulier au niveau sémantique, le lecteur devrait pouvoir comprendre rapidement la nature des enjeux que nous voulons mettre en évidence pour les dynamiques historiques.

En introduisant notre problématique, nous avons présenté deux approches pour nous complémentaires de l'économie historique, l'approche par les *régimes*, et l'approche par les

¹⁶ Cf. Packard (1988), Langton, (1991) ; sur le climat intellectuel qui entoure ce débat, on peut consulter Lewin (1994) et Waldrop (1993). Pour un point de vue critique mais non défavorable, cf. Bak (1996)

processus historiques. Pour que l'approche par les régimes fasse sens, il est nécessaire qu'une *spécificité historique* puisse bien être identifiée pour caractériser une *période* ou une « *époque* » particulière du mouvement historique d'ensemble. Nous avons vu que les régulationnistes, parmi d'autres, ont proposé une typologie de régimes de croissance différenciés au niveau des « *faits stylisés* » (Kaldor, 1961) et que le passage d'un régime à l'autre pouvait se traduire par une « *grande crise* ». La même approche peut par ailleurs être répliquée à un niveau moins agrégé, avec les paradigmes technologiques, que ceux ci caractérisent la diffusion d'un ensemble de produit (Abernathy, Utterback, 1978), ou plus largement, un système socio-technique dans son ensemble (comme notre *paradigme numérique*). Une première réflexion exploratoire sur l'articulation des méthodes a été proposée dans la dernière section du chapitre un.

Pour que la vision du monde qui correspond à ces essais de théorisation en terme de régularités / rupture ait un sens, il est nécessaire que les mouvements économiques et sociaux sous-jacents soient eux-mêmes caractérisés par des mouvements susceptibles d'être représentés de cette manière. Ce simple constat pose déjà problème, puisque les représentations économiques les plus répandues privilégient les modèles stables de la dynamique économique sur les modèles instables¹⁸ et l'idée de croissance graduelle sur l'idée de crise¹⁹.

A - Le problème et les principes dynamiques en question.

Les développements de la théorie darwinienne de l'évolution ont longtemps supposé que l'activité évolutionnaire agissait de manière *graduelle* sur l'évolution des espèces. En s'appuyant sur les tendances de la paléo-biologie, Gould et Eldredge (1977) ; Eldredge (1982) ont soutenu que l'évolution procédait par *phases intermittentes d'activité intense* (explosion de la diversité au Cambrien, extinctions de masse²⁰ etc...), séparées par de longues périodes de

¹⁷ les physiciens parlent de « jouets » (*toys*) pour désigner ce type de modèles

¹⁸ cf. par exemple, les débats sur l'instabilité de la croissance entre les modèles post keynésiens et néoclassiques (cf. Abraham-Frois (1974) ; Rosier (1975) ; Jacot (1976) ; Kaldor (1987))

¹⁹ Les auteurs de travaux sur les théories des crises sont le plus souvent hétérodoxes : cf. par exemple Mattick, (1974), Boyer (1979), Rosier (1988) pour un inventaire.

²⁰ Sur les évolutions catastrophiques, cf. Leakey, Lewin (1995), cf. également Newman, Palmer (1999) pour un *survey* sur les modèles d'extinction.

"stases" (ou « équilibres ponctués »²¹) caractérisées par un niveau plus faible d'activité évolutionnaire. Ces propositions, qui allaient à l'encontre de la lecture alors dominante des darwinistes « *gradualistes* » ont suscité de nombreux débats qui ne relèvent pas de notre investigation. Par contre, la question de savoir si des processus dynamiques peuvent engendrer des évolutions stables entrecoupées par des crises nous intéresse. C'est de ce seul point de vue que la question se pose ici.

Les deux modèles qui sont proposés ici sont doublement intéressants de notre point de vue. D'abord, ils formalisent un problème de génétique des populations qui a été (et reste) fortement débattu chez les biologistes et les paléontologues et correspond assez bien au débat qui oppose les économistes autour de l'étude des crises. Ensuite, bien que le sujet concerne les sciences de la nature, il s'agit clairement d'un problème qui relève d'une « *perspective historique* ». En effet, les faits se sont passés de manière unique dans l'histoire et la trajectoire suivie n'est ni entièrement connue, ni reproductible.

Il est certes possible d'expérimenter en laboratoire pour simuler par exemple les conditions d'émergence de cellules vivantes dans la « *soupe primordiale* » (ce qui a été fait dans les années cinquante). *Mais si ces résultats montrent qu'il est possible que cela se soit passé de cette manière, cela ne nous apporte aucune information sur la manière dont cela s'est réellement passé.* Et on peut douter qu'il soit un jour possible de le savoir. Nous reviendrons sur cette question. Le problème est moins difficile pour les trajectoires de l'évolution, puisqu'il nous reste de nombreuses traces. Mais l'ampleur des controverses qui portent sur ces questions en révèle la difficulté.

En ce qui nous concerne, les deux modèles présentés ici ne nous apportent aucune information sur ce qui a pu réellement se passer dans l'histoire de la vie des espèces sur terre, mais *ils nous montrent par simulation que les dynamiques considérées sont formellement réalisables par des mécanismes d'interactions très simples.* Il est même possible pour les configurations les plus simples de ces modèles d'en proposer des solutions analytiques « exactes » (selon le jargon des physiciens).

En résumé, nous avons simulé avec des moyens informatiques des modèles (très) métaphoriques de phénomènes qui relèvent de la génétique des populations, *afin d'étudier les*

²¹ Equilibre ponctué : les espèces évoluent de manière épisodique, avec des pointes intermittentes d'activité évolutionnaire intense, séparées par de longues périodes de « *stase* » caractérisées par un niveau plus faible

propriétés génériques de la dynamique sous-jacente indépendamment des contingences spécifiques à l'histoire effective de l'évolution de la vie. Ces deux modèles, proposent ainsi des représentations très stylisées de co-évolution d'espèces²² au sein d'un écosystème et qui exhibent des processus évolutifs caractérisés par des équilibres ponctués. Ces modèles formalisés par des réseaux d'automates. (Weisbuch, 1989)

Le premier modèle, proposé par Weisbuch (1989) repose sur une distinction en trois niveaux : les gènes (génotype), les individus (le phénotype), et la population. Malgré sa simplicité, ce modèle peut être considéré comme plus « réaliste » que le suivant, où chaque espèce est figurée par un point sur un cercle, et où la *co-évolution* se limite à la déclaration d'une dépendance entre ce point et ses deux voisins.

Le second modèle a été développé par Bak et Sneppen (1993). Il repose sur des hypothèses très simplificatrices, mais possède la propriété de conduire à des « états critiques auto-organisés », propriété dynamique très importante²³.

B - Un modèle de coévolution d'espèces avec équilibres ponctués²⁴

Le modèle décrit l'évolution au cours du temps d'une population formée initialement d'un organisme très simple. Celui-ci possède un génome unique²⁵, formé de gènes et de liaisons entre les gènes. Le génome détermine le phénotype de l'organisme (l'ensemble de ses propriétés physico-chimiques et de ses fonctions biologiques). Du point de vue de la *dynamique historique*, ce qui nous intéresse ici, c'est d'étudier l'évolution des caractéristiques

d'activité évolutionnisme (graduelle).

²² Co-évolution d'espèces : L'évolution d'une espèce affecte l'évolution des espèces avec lesquelles elle interagit, par exemple par des relations de type chaîne alimentaire, prédateurs-proies, symbiose, parasitisme etc...(Wright)

²³ Criticalité auto-organisée : C'est un attracteur d'un système dynamique qui est (globalement) métastable tout en étant *localement instable*. L'exemple paradigmatique est le « tas de sable ». Quand on ajoute des grains à un tas de sable, celui-ci tend vers un *état critique*, où la pente reste proche de la pente critique, au dessus de ce niveau (*état "surcritique"*) des avalanches se déclenchent pour ramener la pente dans un état proche de l'état critique. Lorsque les avalanches sont rares, l'état est dit "*sous-critique*". *Il n'est pas possible de prédire la taille et le moment où vont survenir des avalanches*, car celles-ci dépendent de l'histoire du processus, *mais leur distribution suit une loi régulière* (une loi puissance) - Bak (1996)

²⁴ adapté d'après Weisbuch (1989)

²⁵ Le génome est le message génétique contenu dans l'ADN des chromosomes

génétiques d'une population pour mettre en évidence les *propriétés génériques* (indépendantes du problème de génétique qui est exposé ici) de la dynamique considérée. Plus spécifiquement, nous chercherons à *identifier des conditions génériques d'apparition d'équilibres ponctuels* (qui correspondent à nos *régimes*) et de *disparition de ces équilibres* (qui correspondent pour nous à des *crises / transition* entre régimes). On discutera en conclusion du degré de généralité des résultats, qui conditionne les possibilités de transposition vers les sciences économiques et sociales d'un tel schéma dynamique.

Dans le domaine biologique, tous les gènes contenus dans un génome ne sont pas actifs. Il existe des mécanismes qui permettent l'activation ou l'inactivation d'un gène (activation par des protéines de contrôle ou par d'autres gènes). Il est donc tentant de modéliser le génome par un réseau d'automates booléens en interactions. Chaque gène est alors représenté par un automate booléen dont l'état binaire traduit l'activation. L'action des protéines de contrôle sur ce gène est représentée par une fonction booléenne, dont les entrées représentent les connexions avec les gènes qui codent les protéines qui contrôlent l'activation.

Dans le modèle simplifié présenté par Weisbuch (1989), tous les organismes possibles dans l'écosystème sont construits à partir d'un génome qui comprend N gènes où chaque gène a deux états (activé ou non) et peut apparaître sous 4 formes différentes. Il y a alors 4^N configurations possibles pour le génome.

Nous retiendrons $N = 6$ gènes automates et des fonctions booléennes qui peuvent prendre quatre formes différentes, correspondant à 4 opérateurs booléens de base (ET, OU, NON-ET, NON-OU). Il y a donc $4^6 = 4096$ configurations possibles.

On code ces opérateurs booléens sur deux positions binaires dans l'ordre suivant :

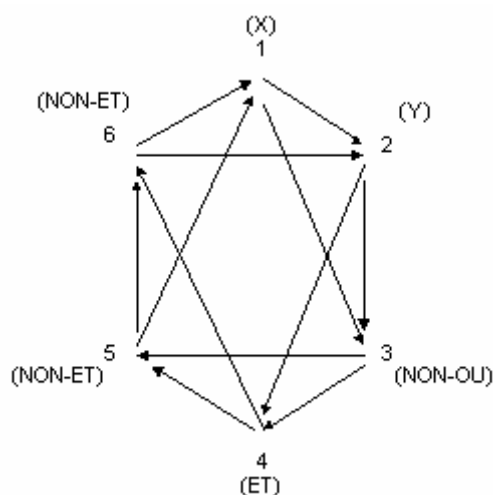
Fonction	NON-ET	OU	ET	NON-OU
Décimal	0	1	2	3
Binaire	00	01	10	11

On impose que les mutations ne puissent changer qu'une seule fonction à la fois dans l'ordre suivant (qui correspond à l'addition d'une unité binaire modulo 4), :

Fonction	ET	↔ NON-OU ↔	NON-ET ↔	OU ↔	ET
décimal	2	3	0	1	2
Binaire	10	11	00	01	10

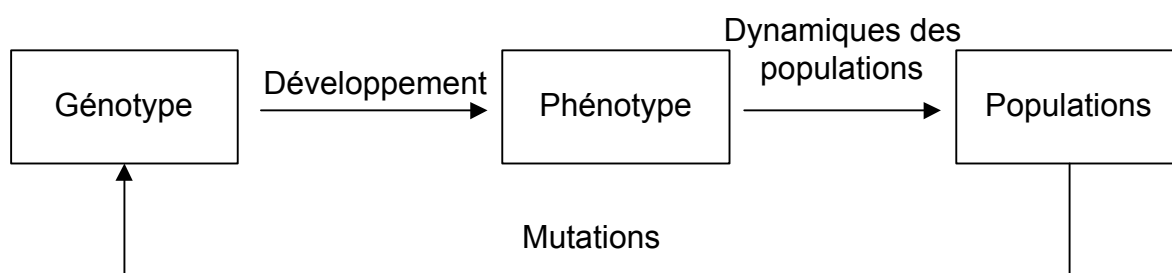
Le Graphe des interactions correspond à un espace à 6 dimensions. Pour simplifier l'exposé, nous allons fixer 4 dimensions (NON-ET) (NON-ET) (ET) (NON-OU) et *travailler dans un sous-espace de deux dimensions* où les fonctions booléennes seront identifiées par X et Y (0023YX). Comme chaque automate est connecté à $K = 2$ autres, il s'agit d'un réseau de Kauffman de type NK : 62).

Figure 4-17 : réseau booléen NK = 62



La vitalité (*fitness*) du phénotype d'un organisme est mesurée par *le cycle de plus grande longueur* qui caractérise la dynamique du réseau formé par les 6 automates. Le modèle décrit l'évolution des populations de génomes soumis à mutation marginale par génération selon processus dynamique à trois niveaux (Génotype, phénotype et populations) :

Figure 4-18 : processus évolutif à trois niveaux

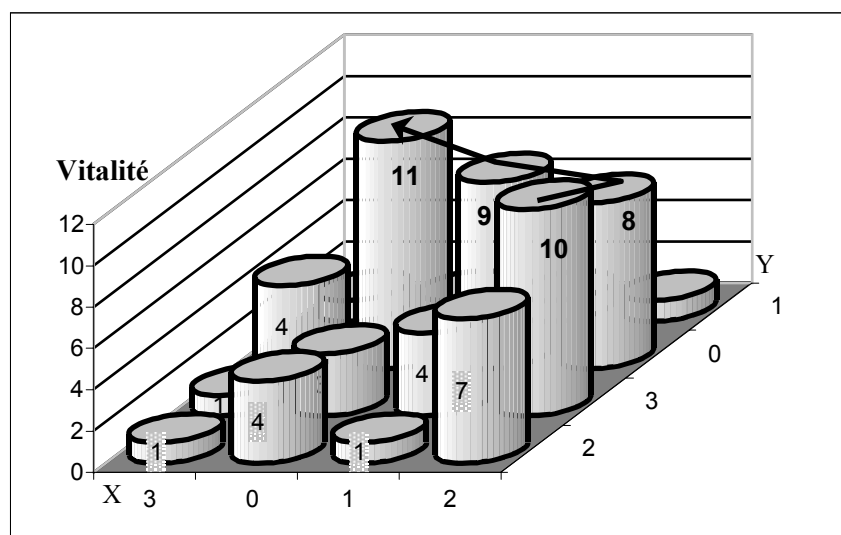


Si l'on représente le sous-espace à deux dimensions des configurations possibles lorsque l'on ne peut faire varier que les gènes X et Y, on peut représenter les trajectoires d'évolution sur un paysage adaptatif (*fitness landscape*) périodique comprenant 16 espèces de génomes, disposées sur la surface d'un tore. Pour une espèce donnée, les mutations possibles correspondent au voisinage de Von Neuman sur le réseau décrivant ce paysage adaptatif

Tableau 4-2 : valeurs de vitalité des génomes dans le sous espace X-Y

Y \ X	NON-OU 3	NON-ET 0	OU 1	ET 2
ET 2	1	4	1	7
NON-OU 3	1	3	4	10
NON-ET 0	4	11 ←	9 ←	8 ↓
OU 1	1	1	1	1

On a porté dans chaque case du tableau 4-1 la valeur du cycle de plus longue période correspondant à chaque génome, qui représente sa vitalité. les génomes ont pour coordonnées 0023YX. Le Graphique 4-7 représente le « paysage adaptatif » correspondant. La hauteur de chaque colonne représente la vitalité du génome correspondant.

Graphique 4-7 : le paysage adaptatif (périodique) des génomes dans le sous espace X-Y

Les valeurs adaptatives peuvent être "déroulées" dans un vecteur T de dimension 16 :

$$T = (1, 4, 1, 7, 1, 3, 4, 10, 4, 11, 9, 8, 1, 1, 1, 1)$$

On part d'une population constituée d'une espèce dont la valeur adaptative est : $A_{24} = T_8 = 10$. Les mutations possibles conduisent vers les 4 espèces voisines dans le voisinage de Von

Neuman, $V = \{v_1, \dots, v_4\}$: $A_{14} = T_4 = 7$; $A_{21} = T_5 = 1$; $A_{23} = T_7 = 4$; $A_{34} = T_{12} = 8$;

On se pose les questions suivantes :

1. A quelles conditions la population de vitalité 10 se trouve-t-elle dans un équilibre ponctué (un régime stable) où elle ne risque pas d'être envahie par une population concurrente ?
2. A quelle condition la population peut-elle évoluer vers l'état de vitalité supérieure de valeur $A_{32} = T_{10} = 11$, ce qui suppose un passage par le « col » du paysage adaptatif $A_{34} = T_{12} = 8$ et $A_{33} = T_{11} = 9$?

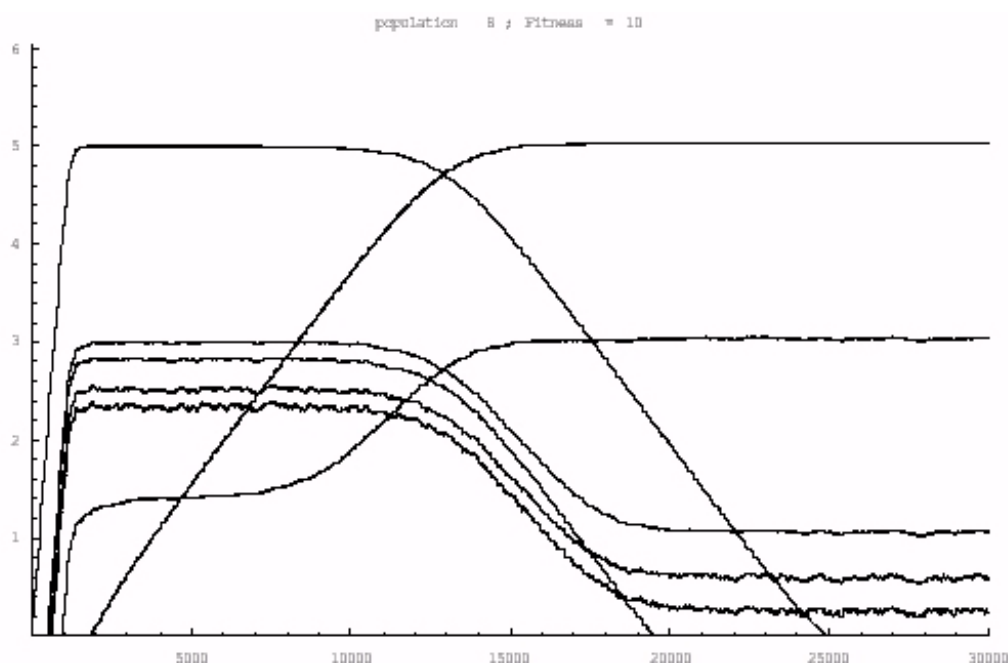
Dans le modèle de base de Weisbuch, le processus évolutionnaire ne se déroule pas sur un réseau²⁶. L'évolution dans le temps de chaque espèce est retracée par une équation aux différences finies qui fait correspondre la taille de la population d'un organisme en t à la taille de la population de tous les organismes existant en $t-1$ en fonction de sa vitalité

$$P_i(t+1) = (1 + a.T_i).P_i(t) - b.\sum_{j=1}^{16} P_j(t)P_i(t) + (m + v(t)).\sum_V P_v(t)$$

Dans cette relation de récurrence, $P_i(t)$ représente la taille de la population i au temps t . Le premier terme $a.T_i$ représente la vitalité intrinsèque de la population i . il est obtenu en faisant le produit du coefficient de vitalité $T_i = A_{XY}(i)$ par un facteur d'échelle a . Ce coefficient donne la variation nette de la population (solde des naissances sur les décès corrigé des mutations vers les génomes voisins). Le second terme rend compte des interactions avec les autres espèces, qui peuvent provenir par exemple du partage d'une ressource entre tous les organismes. Le troisième terme est une somme qui rend compte de l'accroissement de population dû aux effets des mutations dans les organismes de génome voisins ($V = \{v_1, \dots, v_4\}$)

²⁶ Xavier Espiaux a développé sur la plate-forme multi-agents « *Oris* » de l'Ecole Nationale d'Ingénieur de Brest (ENIB) une version réseau du modèle de Weisbuch, sous notre direction, conjointement avec Fabrice Harrouet, (Maître de Conférence à l'ENIB). Pour l'instant, seul le module de calcul de la longueur des cycles a été porté en java. En attendant le portage complet sur Moduleco, les simulations présentées ici ont été réalisées sur Mathematica.

Graphique 4-8 : $a = 10^{-3}$; $b = 10^{-7}$; $m = 2.10^{-5}$; $v(t) \sim \text{Uniforme}[-1, 1]. 2.10^{-5}$



Ordonnées en coordonnées Log_{10}

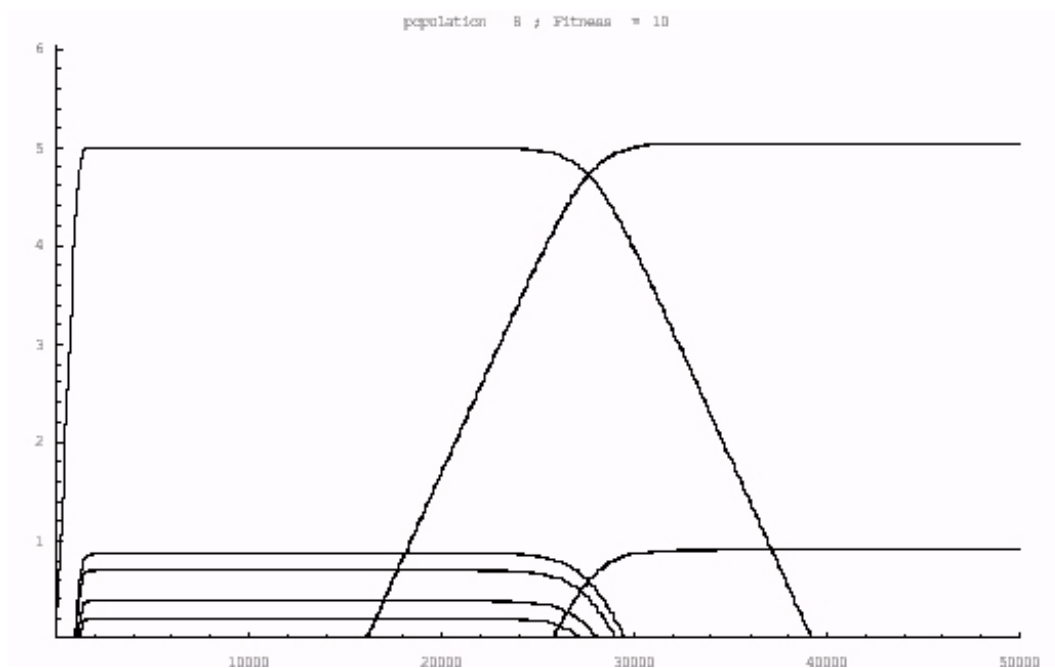
On peut voir sur le graphique 4-8 que l'espèce 8 croît rapidement jusqu'à saturation vers $t=1000$; pendant la période de stase (jusqu'en : $t = 12500$), les espèces voisines (de vitalité : 4, 5, 7, 12) se maintiennent à un niveau de population plus de cent fois plus faible, du fait des mutations. Les mutants de vitalité $T_{11} = 9$ apparaissent peu après et croissent rapidement jusqu'à un palier de très faible valeur numérique. Ce palier est cependant suffisant pour permettre l'apparition puis la croissance soutenue d'une espèce de vitalité plus élevée, $T_{10} = 11$. Cette espèce intermédiaire assure donc le passage du « col » entre les espèces $T_8 = 10$ et $T_{10} = 11$ par la trajectoire de plus forte vitalité. Au-delà de $t = 12500$, l'espèce de vitalité « 8 » commence à décroître, et disparaît pour $t > 25\ 000$, pour laisser la place à l'espèce 8, dont la vitalité est plus élevée.

Comme ce modèle reste relativement simple, on peut calculer formellement certains résultats (Weisbuch, 1989). Comme notre propos consiste juste à introduire le lecteur aux notions utilisées dans cette littérature, ces résultats ne sont pas reproduits ici. La transposition de ce modèle sur réseau avec des mutations localisées dans l'espace devrait ouvrir des possibilités supplémentaires, comme la formation de « niches écologiques²⁷ ». Ce type d'amélioration est

²⁷ Les résultats obtenus pour l'instant sur la plate-forme multi-agents Oris de l'ENIB montrent globalement le même type de résultat que le modèle présenté ici, mais ne permettent pas d'étudier les effets de niche, car les

relativement important pour l'économie spatiale (Vicente, 2000). Du point de vue de la dynamique évolutive, les *niches écologiques* permettent à une population plus fragile de survivre plus facilement car elle est en contact avec des populations concurrentes uniquement *sur la frontière* de son territoire. Les résultats sont également sensibles à la densité de la population sur le territoire disponible. En effet, l'existence de zones non peuplées diminue encore les zones de confrontation entre espèces.

Graphique 4-9 : Modèle avec perturbations aléatoires plus faibles : périodes de stases plus longues, et transition plus rapide ; avec : $a = 10^{-3}$; $b = 10^{-7}$; $m = 2 \cdot 10^{-7}$; $v(t) \sim \text{Uniforme}[-1, 1] \cdot 2 \cdot 10^{-7}$



Dans ce modèle, qui reste très schématique, en particulier au niveau des hypothèses stochastiques, l'apparition d'un équilibre ponctué est très sensible à la valeur relative des paramètres a , b et m , ainsi que du terme aléatoire $v(t)$. Dans le cas général, l'équilibre de cette dynamique sera indéfiniment stable pour le génome dominant. Ce résultat peut s'interpréter de deux manières. Soit l'occurrence d'une crise et d'un changement de régime (ici le remplacement d'une espèce par une autre) est très faible, soit le modèle est incomplètement spécifié. Bak (1996) adresse une critique de ce type à un modèle similaire sur lequel il a travaillé avec Kauffman. Si l'on veut que l'occurrence d'une crise soit plus probable, il est

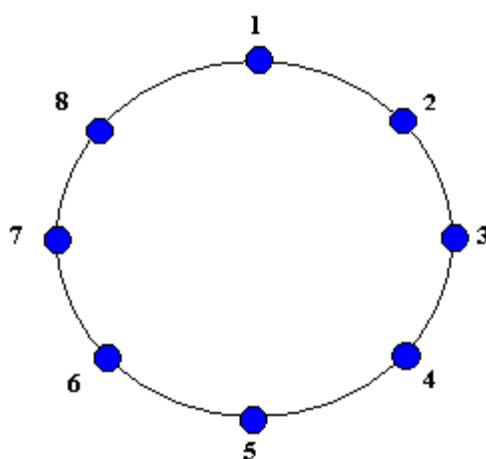
interactions ont été spécifiées globalement et non localement. Cette limitation sera levée dans un portage prochainement prévu de ce modèle vers Moduleco.

nécessaire de rendre endogène la valeur de certains coefficients, c'est à dire d'insérer le modèle dans un méta-modèle plus large. Par soucis de clarté, en suivant Back, Sneppen (1993) nous chercherons plutôt à montrer comment une dynamique ponctuée peut caractériser l'attracteur d'un modèle de co-évolution.

*C - Coévolution d'espèces, états critiques auto-organisés, et équilibres ponctués*²⁸

Bak (1996) raconte comment il a conçu ce second modèle avec Kim Sneppen pour répondre à la question que nous venons de poser, sur laquelle il avait déjà travaillé sans succès avec Stuart Kauffman. Dans le modèle de Back, Sneppen (1993), l'éco-système est représenté par un réseau de dimension un avec n sites et des conditions périodiques aux limites (un cercle). Chaque site du réseau représente *une espèce* dont la vitalité (*fitness*) est donné par le tirage d'un nombre pseudo-aléatoire, que l'on prendra dans une loi uniforme. Cette vitalité représente la barrière évolutionnaire que doit franchir l'espèce pour évoluer. Cette barrière est liée à la quantité de matériel génétique qui doit être modifiée par une espèce pour muter. Plus grande est cette barrière, plus stable seront les espèces et le processus d'évolution. Dans ce modèle, le processus évolutionnaire se manifeste par mutation et sélection naturelle de l'espèce de la moins viable.

Figure 4-19 : Les espèces en interactions



$$\{a_1 = 0.360514 ; a_2 = 0.944796 ; a_3 = 0.554513 ; a_4 = 0.621091 ; \\ a_5 = 0.558931 ; a_6 = 0.335864 ; a_7 = 0.948748 ; a_8 = 0.97336\}$$

²⁸ adapté d'après Bak, Kim Sneppen (1993)

La co-évolution représente l'hypothèse cruciale du modèle : pour une période donnée, l'évolution de l'espèce de la moins viable vers un nouveau niveau de vitalité affecte également les espèces avec lesquelles elle interagit, quelles que soient leur niveau de vitalité. Pratiquement, le processus évolutif est représenté par la recherche du site de plus faible valeur de vitalité par le tirage d'une nouvelle valeur pseudo-aléatoire pour ce site et ses deux voisins.

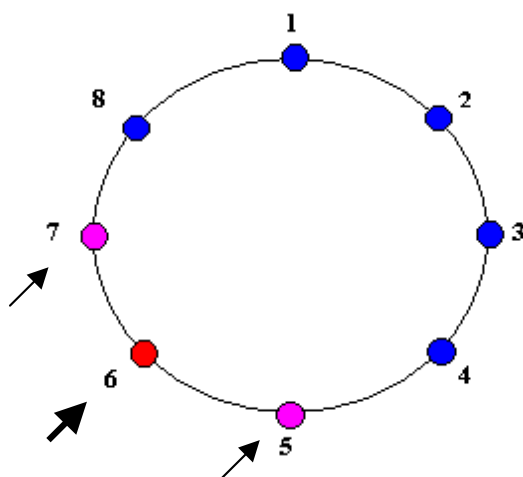
* *La procédure :*

(Etape 1) - Initialisation (figure 4-19) on crée un *réseau uni-dimensionnel périodique (cercle) de longueur n*, sur lequel la vitalité de chaque site du réseau (a_i , avec i pris dans $[1, \dots, n]$) est donnée par le tirage d'un nombre pseudo-aléatoire dans une loi uniforme sur $[0,1]$.

(Etape 2) - On détermine *la localisation du site avec la plus faible valeur de vitalité* sur le réseau.

(Etape 3) - On enregistre la localisation du site plus faible vitalité dans une *liste historique*. On remplace la valeur de vitalité de ce site et de ses deux voisins immédiats par un nouveau nombre pseudo-aléatoire.

Figure 4-20 : processus sélectif

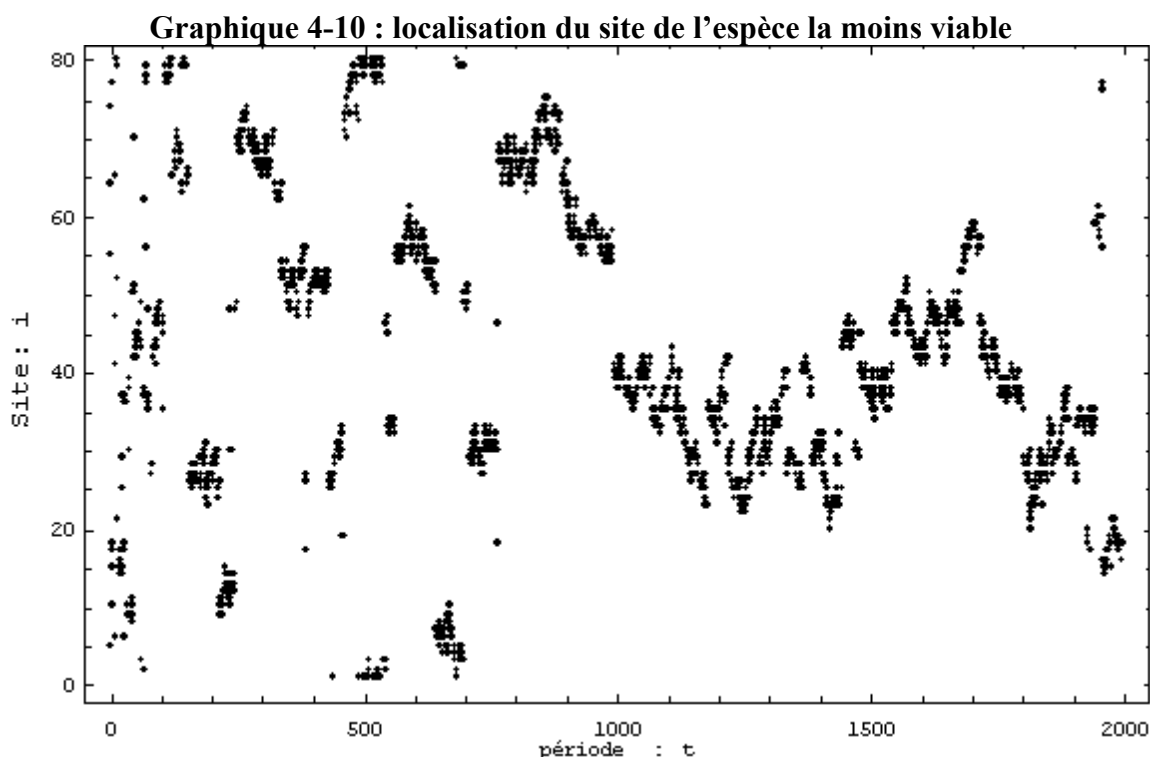


Dans notre exemple, $a_6 = 0.335864$ est le point de plus faible vitalité ; on crée une liste historique avec $h_1 = 0.335864$. On retire la valeur de vitalité du site 6 et de ses deux voisins. Ainsi, *de fortes valeurs de vitalité peuvent être remises en cause par la faible valeur d'un site voisin* (ici $a_7 = 0.948748$ sera remplacé par une valeur plus faible avec une probabilité $p = 0.948748$!)

(Etape 4) - On répète les étapes 2 et 3, un nombre de période t , fixé par l'expérimentateur.

En pratique, on prend des valeurs de n beaucoup plus grandes que 8. L'exemple suivant porte sur une population de taille $n=80$. L'exposé va s'appuyer sur les graphiques.

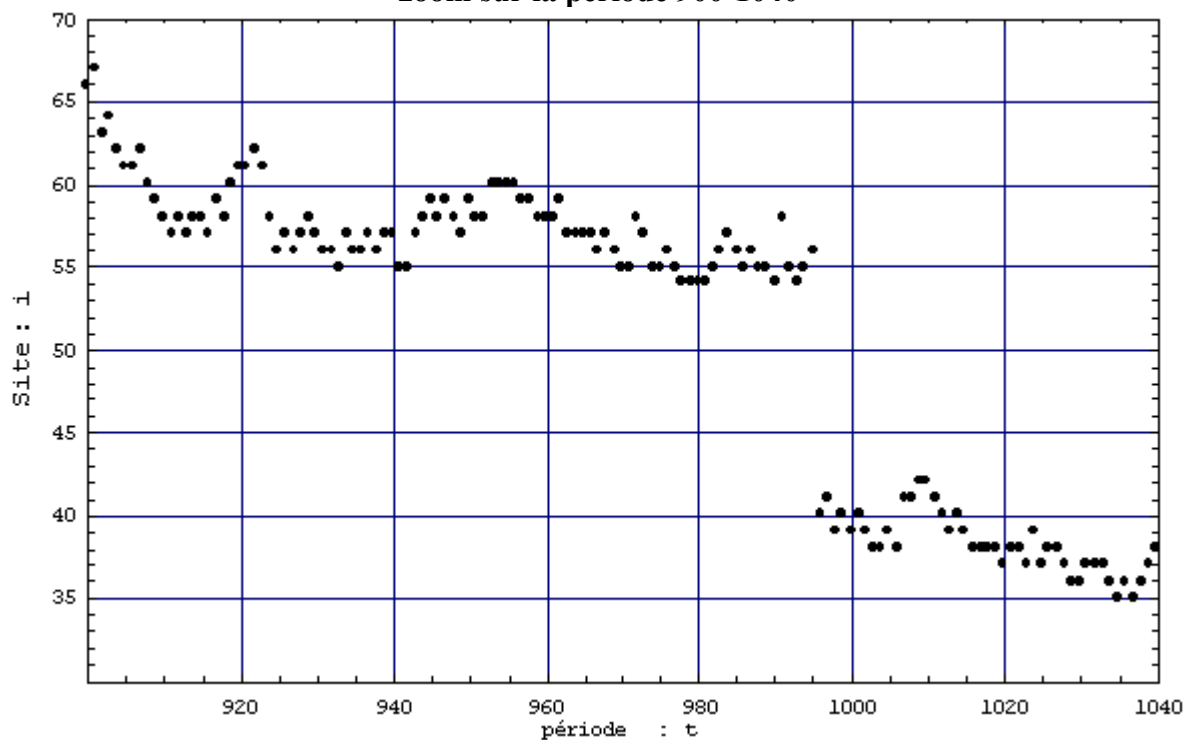
Sur le Graphique 4-10, les 80 sites figurent en ordonnée et les 2000 périodes en abscisse. Les zones de mutations distribuées aléatoirement au voisinage de $t=0$ se répartissent rapidement sur certaines zones, où elles provoquent des mutations en séries, alors que les autres sites se trouvent en situation de stase (ou «équilibre ponctué»). périodiquement la «zone d'avalanches» où se situent les mutations en séries se déplace (Graphique 4-11)



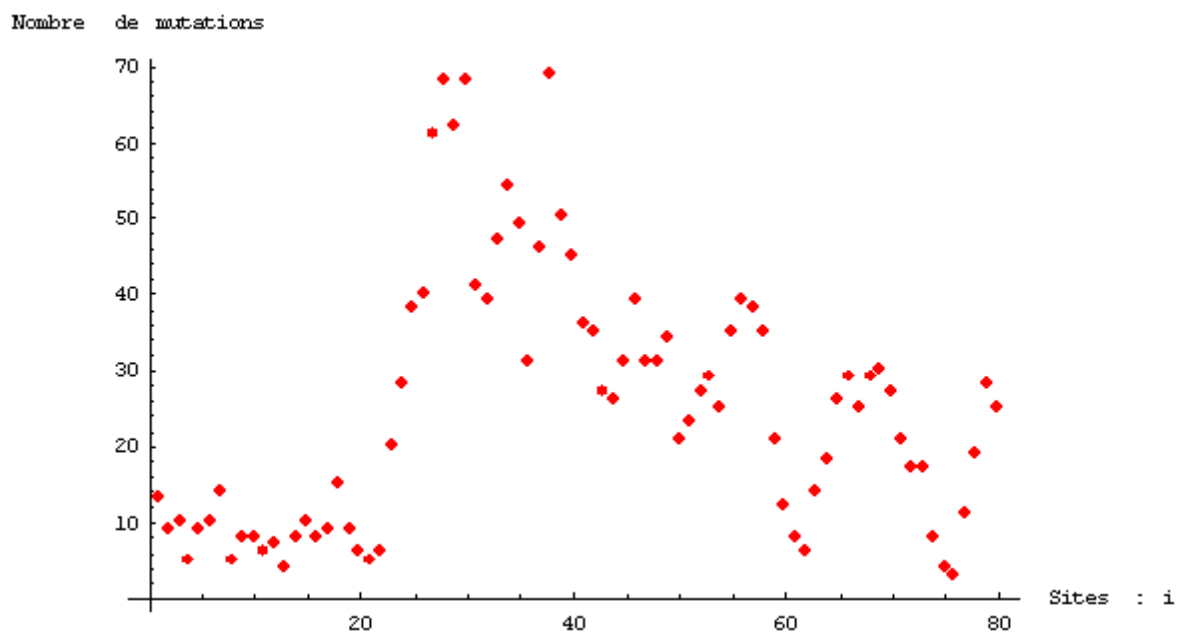
Le graphique 4-11 présente un zoom sur les zones de perturbation propres à la période 900-1040. Pour $t=995$, le site 56 a la plus faible vitalité, ce qui correspond à une zone d'avalanches comprise dans le voisinage des sites 55-60. En $t=996$, on passe brusquement au site 40. Pour $t > 995$, la zone concernée par les mutations se déplace donc vers la zone 35-40, provoquant une nouvelle série d'avalanche

Le Graphique 4-12 présente le comptage du nombre de mutations par site sur l'ensemble de la période considérée. Ces résultats montrent le caractère non homogène du processus. Certains sites, en particulier ceux qui se trouvent entre les sites 20 et 50 sont plus concernés par les mutations dans cette période.

**Graphique 4-11 : localisation du site de l'espèce la moins viable :
zoom sur la période 900-1040**

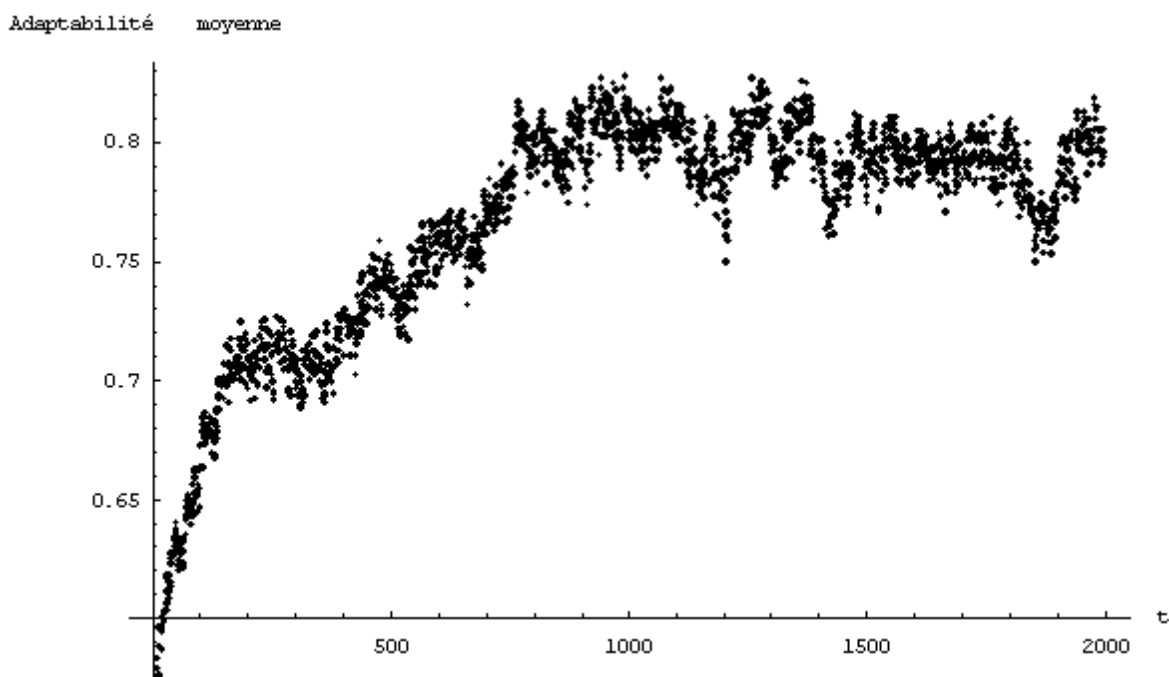


Graphique 4-12 : nombre de mutation par site sur 2000 périodes



Le Graphique 4-13 présente la progression de la vitalité moyenne de la population sur l'ensemble des sites. Celle-ci évolue en tendance vers un niveau plus élevé. Dans le cas considéré, à partir de $t = 750$, la vitalité moyenne semble fluctuer autour d'une valeur de 0,8.

Graphique 4-13 : la progression de la vitalité moyenne de la population



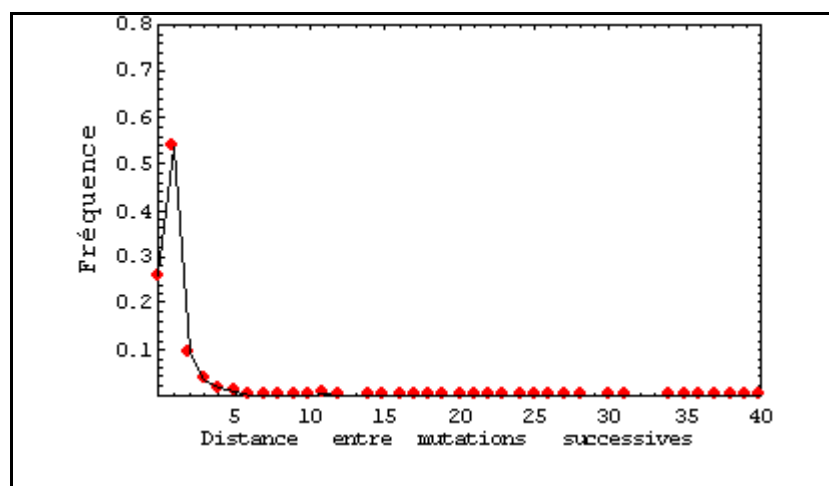
Le graphique 4-14 représente la distribution des distances entre mutations. Cette distribution fait apparaître une *queue de distribution* « épaisse », ce qui lui donne l'apparence d'une loi de puissance. Le regroupement en classe de taille 2 $\{0,1\}, \{2,3\}, \dots$ renforce cette apparence, que l'on met encore en évidence en ajustant une droite sur le logarithme des valeurs. Sur le graphique 4-14b, l'équation de la droite d'ajustement est :

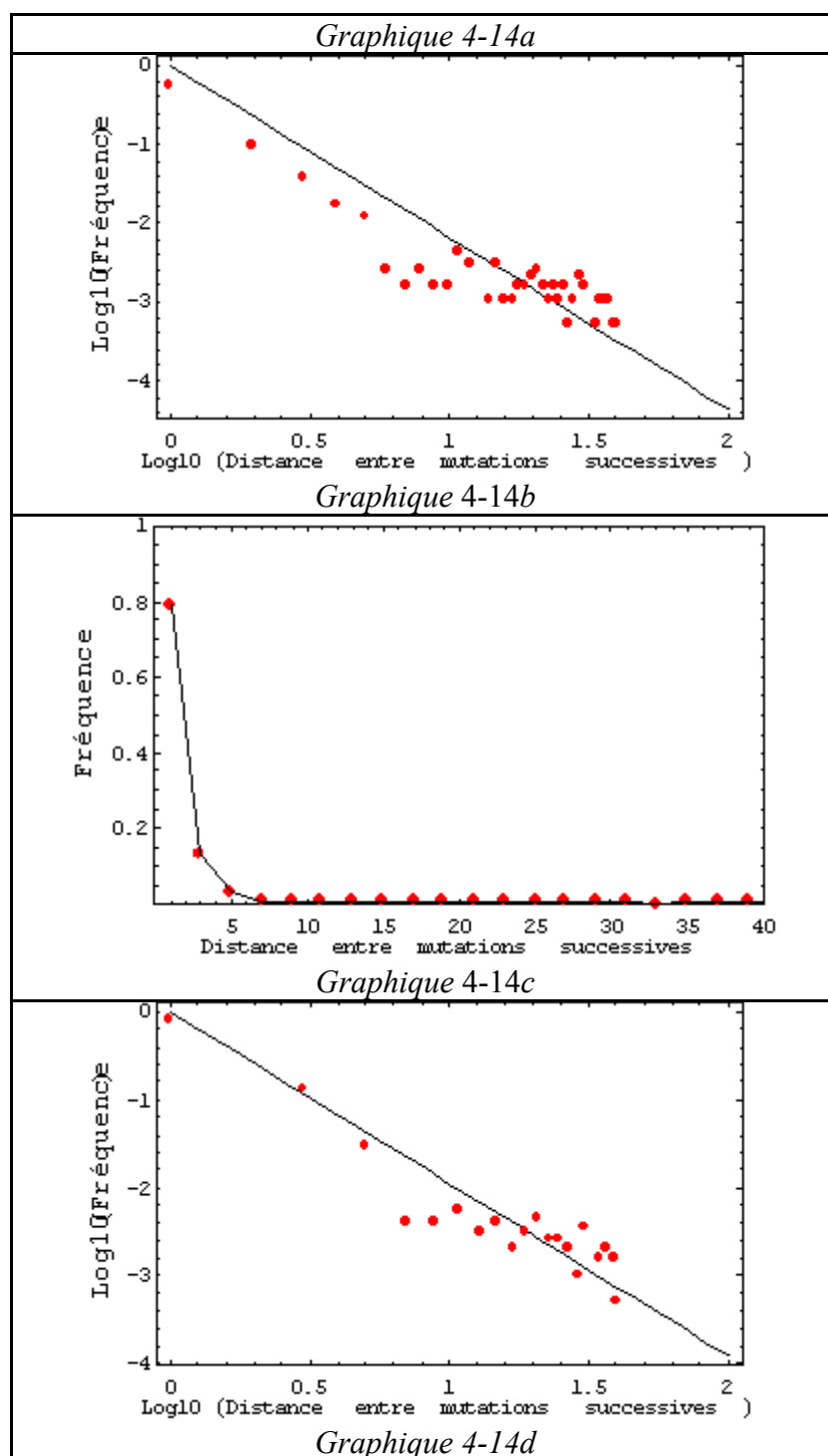
$$\text{Log}_{10}(\text{Fréquence}) = -2.186 * \text{Log}_{10}(\text{distance})$$

Sur les graphiques 4-14 d & e, les classes ont été regroupées et l'on trouve :

$$\text{Log}_{10}(\text{Fréquence}) = -1.958 * \text{Log}_{10}(\text{distance})$$

Graphique 4-14: la distribution des distances entre mutations

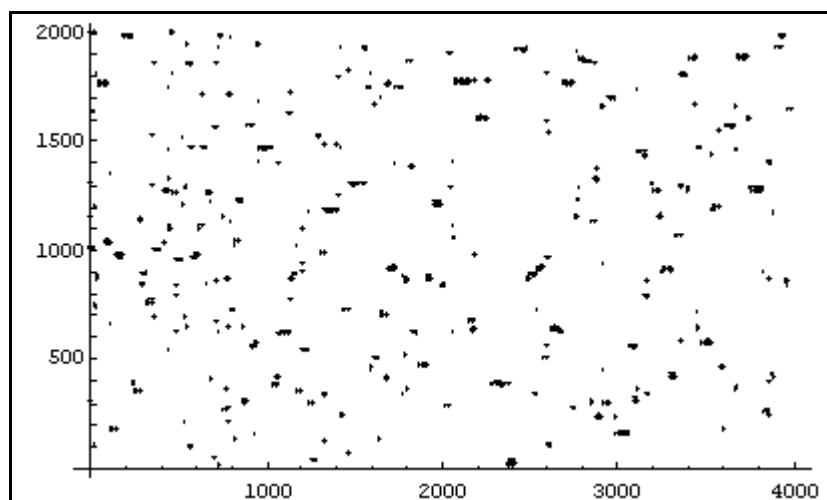




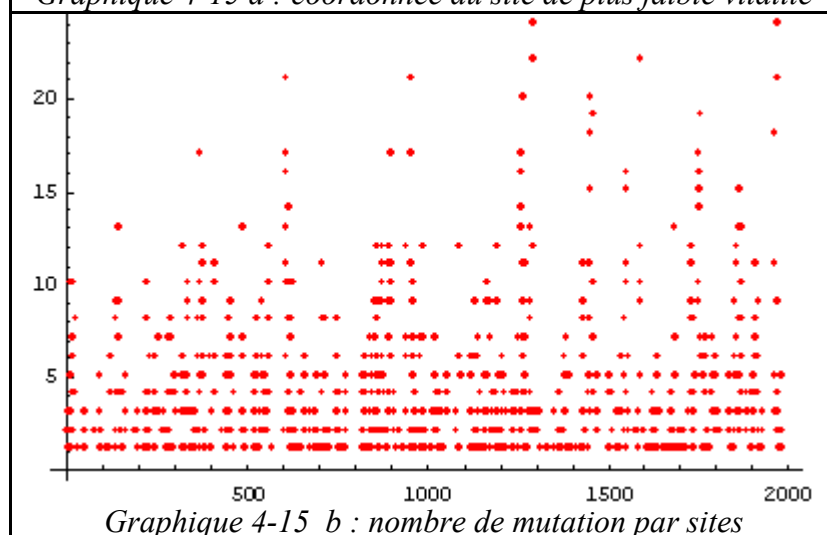
Les différents Graphiques 4-15x suivants reproduisent les résultats précédents avec une population beaucoup plus large ($n = 2000$) pour un nombre de périodes plus élevé ($T = 8000$). On a produit des résultats uniquement pour les 4000 derniers points ($t - 4000$). Dans cet échantillon, la vitalité moyenne a tendance à croître en continu, et fluctue autour d'une tendance (graphiques 4-15 c-d). Quand on réduit l'échelle, on voit apparaître plus clairement

les périodes de *stases* (ou *équilibres ponctuels*) : l'activité de mutation concerne une zone très limitée de sites, qui restent instables pendant de nombreuses périodes (graphiques 4-15 d-f)

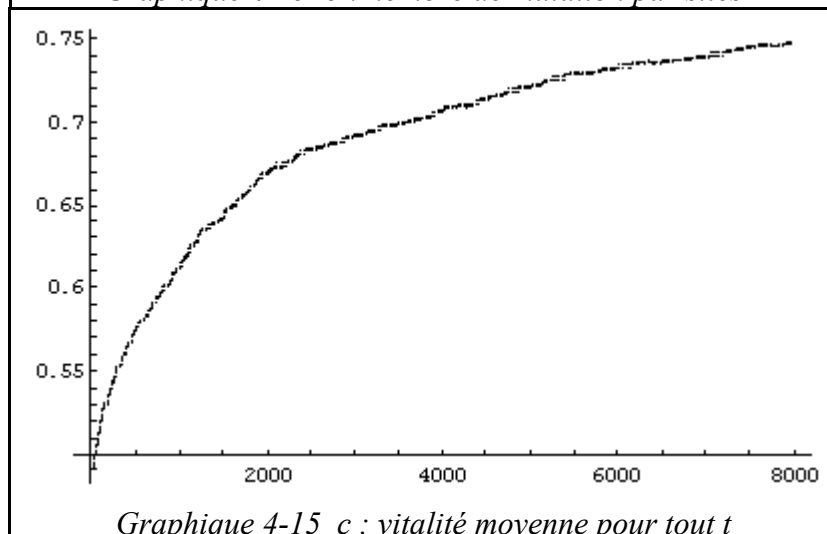
Graphiques 4-15x : simulations pour $n = 2000$ & $T = 8000$



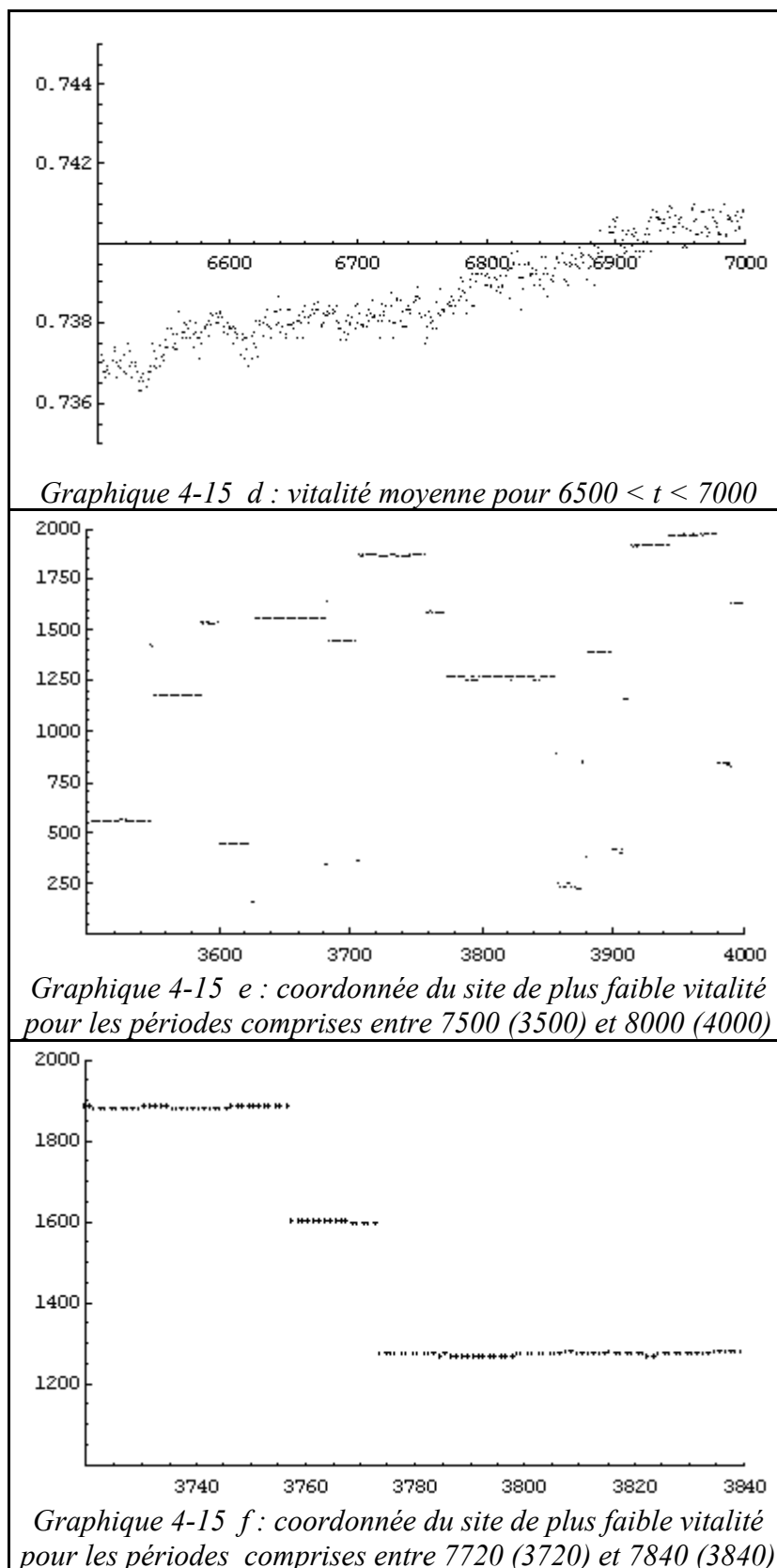
Graphique 4-15 a : coordonnée du site de plus faible vitalité



Graphique 4-15 b : nombre de mutation par sites



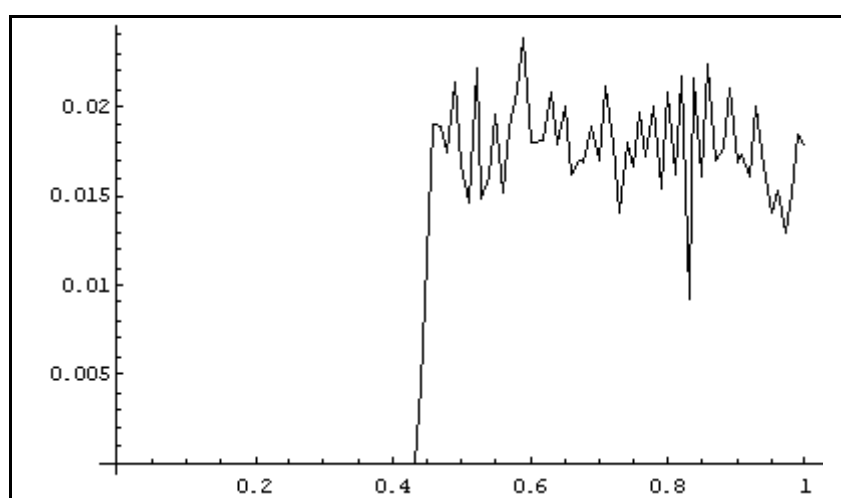
Graphique 4-15 c : vitalité moyenne pour tout t



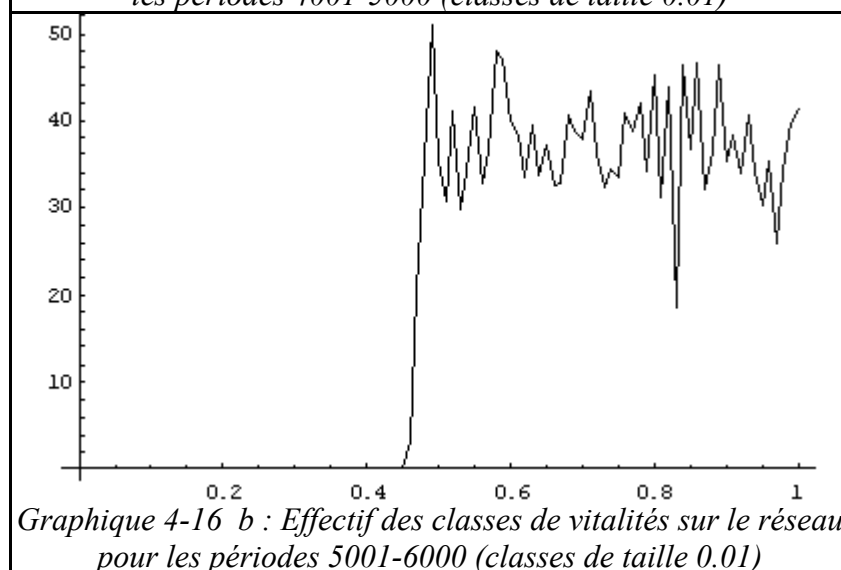
La distribution des vitalités (a_i) entre les 2000 sites est présentée sur les Graphiques 4-16x, pour des échantillons de 1000 périodes, divisées en 100 classes de largeur 10^{-2} . On voit

clairement apparaît un seuil critique en-deçà duquel la probabilité de mutation est proche de 1. C'est la zone "surcritique" : la probabilité de se trouver dans un de ces états est de l'ordre de 10^{-5} au dessous de 0.4, avec des pointes de $3 \cdot 10^{-5}$ à $4 \cdot 10^{-5}$ au voisinage de 4.0. Lorsque le temps s'écoule, le *seuil critique* se déplace vers la gauche ; il passe de 0.42 pour la période 4001-5000 à 0.48 pour la période 7001-8000. Au delà de ce seuil critique, la distribution semble stationnaire autour d'un niveau proche de 40 observations (cf. le graphique 7 c qui est présenté en effectif des classes et non en fréquence) soit 2% des sites ($2 \cdot 10^{-2}$) ont cette valeur de vitalité. Mais elle a tendance à s'élever imperceptiblement au fur et à mesure que le seuil critique se déplace vers la droite.

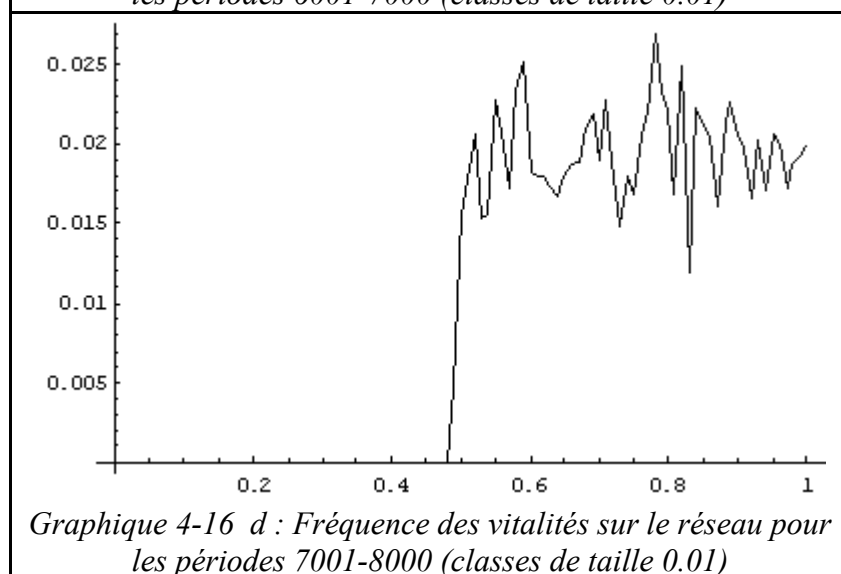
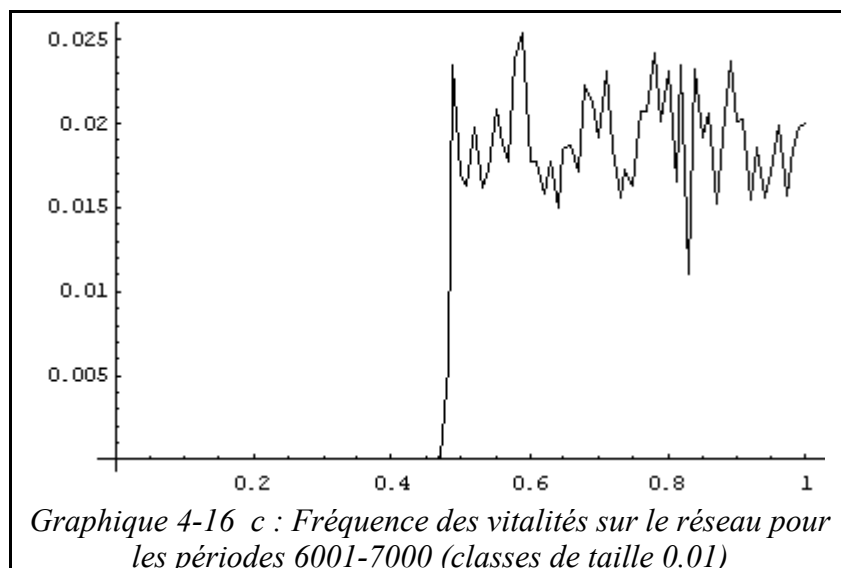
Graphique 4-16 : distribution des vitalités (a_i) pour 2000 sites



Graphique 4-16 a : Fréquence des vitalités sur le réseau pour les périodes 4001-5000 (classes de taille 0.01)

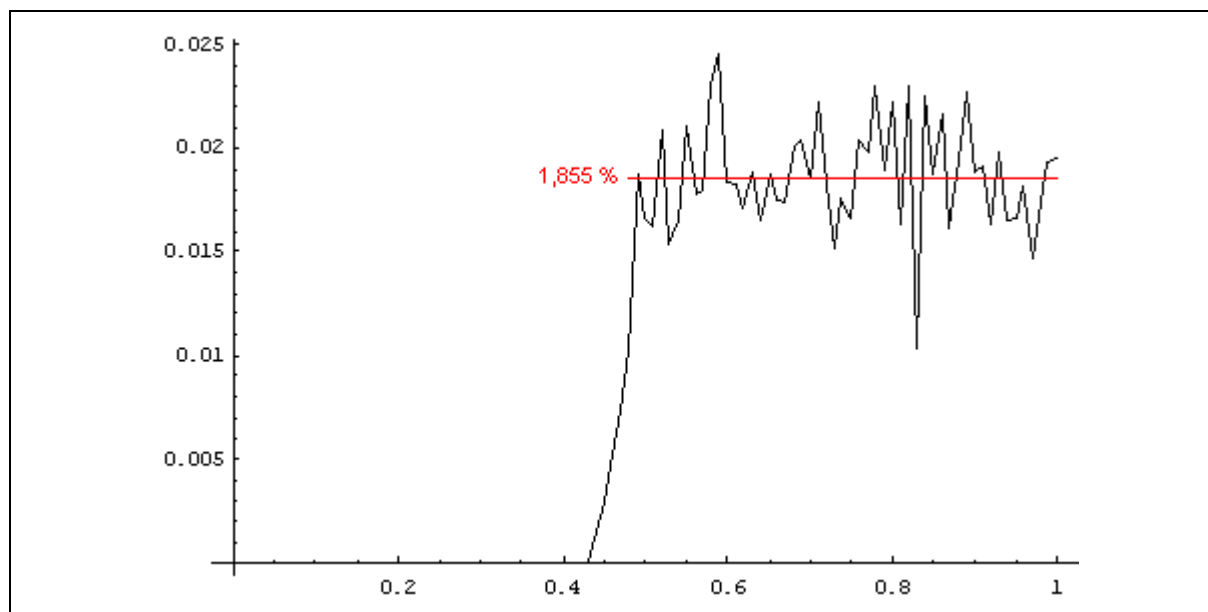


Graphique 4-16 b : Effectif des classes de vitalités sur le réseau pour les périodes 5001-6000 (classes de taille 0.01)



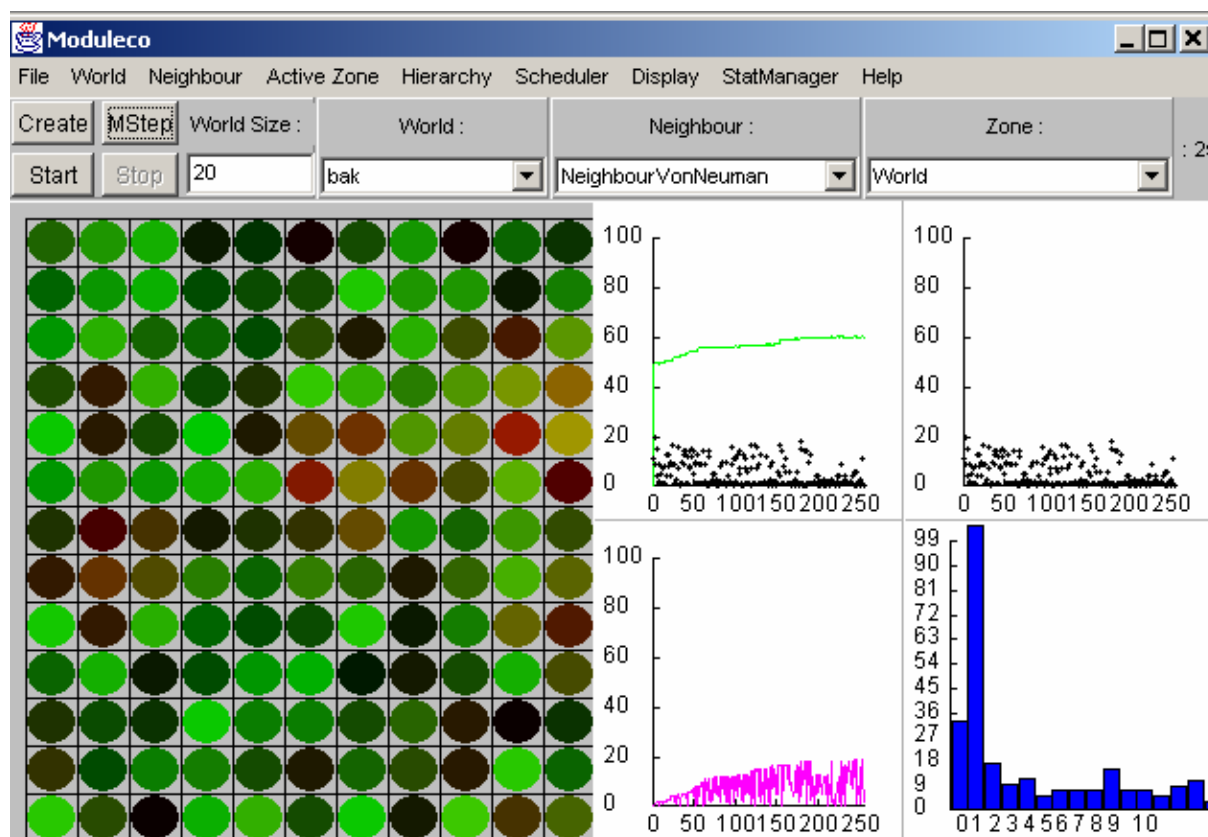
Pour terminer cette revue des résultats du modèle à deux dimensions, le graphique 8 représente la distribution des vitalités (a_i) pour les périodes comprises entre $t = 4000$ et $t = 8000$ (les 4 périodes ci-dessus regroupées). 98,3% des sites se trouvent dans l'intervalle "sous critique" : $] 0.47, 1]$. La fréquence moyenne sur un intervalle dans cette zone est de 1,855%

Graphique 4-17 : Fréquence des vitalités au voisinage de la zone critique :								
$]0.40, 0.41]$	$]0.41, 0.42]$	$]0.42, 0.43]$	$]0.43, 0.44]$	$]0.44, 0.45]$	$]0.45, 0.46]$	$]0.46, 0.47]$	$]0.47, 0.48]$	$]0.48, 0.49]$
0,0037 %	0,0045 %	0,0040 %	0,1123 %	0,2900 %	0,5195 %	0,7317 %	1,0226 %	1,8746 %



Les propriétés du modèle de Bak, Sneppen ont été étudiées par Boettcher, Paczuski (1996). Comme avec le modèle précédent, il s'agissait juste d'introduire le lecteur à quelques résultats associés aux états critiques auto-organisés. La transposition de ce modèle sur réseau en deux dimensions a été réalisée sur *Moduleco*, et ne change pas significativement la nature des résultats (figure 4-21).

Figure 4-21 : modèle de bak-Sneppen (1993) sur un réseau bi-dimensionnel



Pour Gould (1989), la *contingence historique* se traduit par l'infinité virtuelle des mondes possibles, dont le nôtre ne serait qu'une réalisation particulière. On peut avancer au contraire l'hypothèse que les *processus morphogénétiques* sont fortement contraints, ce qui réduit considérablement le type et le nombre des structures possibles. L'espace des possibilités morphologiques comporterait seulement quelques *attracteurs*, qui seraient les seuls états stables constitutifs des structures susceptibles d'apparaître lorsque les circonstances le permettent. Mais ces attracteurs et / ou leurs propriétés pourraient varier selon l'environnement. Celui-ci peut favoriser la stabilité de certains attracteurs au dépend des autres : la portée de la *contingence historique* serait ainsi limitée, encadrée par les caractéristiques universelles des dynamiques caractéristiques des processus correspondants (il y aurait *des parcours obligés*)²⁹.

Les systèmes co-évolutifs, qui sont des systèmes adaptatifs complexes, devraient ainsi évoluer vers des zones critiques métastables (frontière du chaos ?) pour un maximum de vitalité. La dynamique de l'organisation morphogénétique convergerait ainsi en un nombre limité de points de cet espace et le nombre d'attracteurs (donc d'espèces viables) resterait fondamentalement restreint

Dans les modèles de Per Bak (1996), les systèmes dynamiques interactifs évoluent comme on vient de le voir vers un état *critique auto-organisé*, car celui-ci est un attracteur du système. En présence de perturbations similaires, la gamme des réponses est extrêmement large. Les réponses de grande amplitude sont rares, et la fréquence est d'autant plus élevée que l'amplitude de la réponse est faible. Son exemple paradigmatique, le « *tas de sable* » est un système (métastable) à l'état critique : les avalanches, dont les diverses amplitudes sont toutes produites par la même perturbation initiale (un grain de sable supplémentaire) représentent l'éventail des réponses du système, lorsqu'il atteint l'état critique. Cette zone apparaît alors comme une *zone intermédiaire d'adaptation optimale*

Si les *échanges entre les éléments du système sont intensifs, toute altération se traduit par un effet d'avalanche (effet domino)*. « *En situation intermédiaire, à la frontière du chaos, avec des interactions modérées, seules certaines perturbations entraînent une cascade de changements, qui peuvent déclencher d'énormes avalanches, analogues aux extinctions*

²⁹ Sur ces débats, cf. Lewin (1994) ; Bak (1996) , et Newman, Palmer (1999) pour une discussion des modèles d'extinctions. Pour une discussion des possibles apports de la paléo-biologie aux sciences sociales, cf. Eldredge (1997).

/massives. Lorsque le système est à la frontière du chaos, les changements suivent une loi d'échelle » (Stuart Kauffman cité par Lewin, 1994, p 67).

A un régime chaotique correspond une plus grande faculté d'innovation, avec l'émergence de formes originales. Au fur et à mesure que le système évolue vers un état stable (il doit traverser la frontière du chaos) les innovations deviennent moins « *extensives / prolifiques* », jusqu'à l'instauration d'un nouvel état stable du système. Ce phénomène historique correspond à une séquence où un temps d'expérimentations est suivi par une période de spécialisation. Stuart Kauffman (Lewin, 1994, p.77) souligne que l'on peut observer la même chose à propos de l'innovation industrielle. Le processus d'innovation qui apparaît au sein des systèmes complexes adaptatifs pourrait ainsi être la manifestation d'une dynamique fondamentale permettant, dans une certaine mesure, d'en prévoir l'évolution.

Peu de travaux d'économistes à ce jour ont utilisé les dynamiques critiques auto-organisées, comme par exemple Bak, Chen, Scheinkman, Woodford (1993), Scheinkman, Woodford (1994) et Bak P., Paczuski M., Shubik M. (1996) ; De notre point de vue, le modèle le plus intéressant dans le domaine des phénomènes critiques auto-organisés reste celui de Plouraboué, Steyer Zimmermann (1998) et Deroïan, Steyer, Zimmermann (1999). Bien que conçu dès l'origine pour rendre compte des phénomènes de diffusion en milieu inhomogène, son adaptation à la représentation du marché reste encore problématique. Mais on verra dans la section suivante que cela est largement attribuable à la nature spécifique du réseau social qu'il cherche à modéliser. Malgré la difficulté, ces travaux indiquent certainement une des directions les plus fécondes à suivre.

Bibilographie

Bak, P. Chen, K. (1995) ; " Les catastrophes et le chaos faible " ; *Pour la Science*, Numéro spécial sur le Chaos, janvier, p.100-101.
 Per Bak, Kim Sneppen (1993) ; Punctuated equilibrium and critically in a simple model of evolution
 Phys.Rev. Letters 71 (1993) p. 4083-408
 Gérard Weisbuch (1989) ; *Dynamique des Systèmes Complexes ; une introduction aux réseaux d'automates* ; InterEditions / CNRS. <2.32 WEIS>

Pour en savoir plus :

Eldredge N. (1982) ; La macroévolution ; *La Recherche* N°133 Vol 13, mai, p.616-626.
 Heudin J.C. (1998) ; *L'évolution au bord du chaos* ; Hermes, Paris.
 Kauffman, S.A (1995) ; Antichaos et adaptation ; *Pour la Science*, Numéro spécial sur le Chaos, janvier ; p.104-110.
 Lewin, R. (1994) ; *La Complexité : une théorie de la vie au bord du chaos* ; InterEditions, Paris.

Applets WEB :

[http://perso.univ-rennes1.fr/denis.phan/complex/coevolve.html](http://perso.univ-rennes1.fr/denis.phan/complex/complex/coevolve.html)